

**Annexe :**  
**Programme du master de mathématiques :**

Spécialité Ingénierie Mathématique

Première Année

Tronc commun

**MI1 Analyse fonctionnelle pour l'ingénieur:** (64 H ; C : 32 H, TD : 32 H) (ECTS : 8)

- Eléments d'analyse fonctionnelle
- Analyse hilbertienne, Transformation de Fourier (Plancherel, Parseval, formules d'inversion) et de Laplace.
- Distributions et Espaces de Sobolev

**MI2 Analyse numérique et Algorithmique :** (72 H ; C : 32 H, TD : 16 H, TP : 24 H) (ECTS : 8)

- Conditionnement
- Méthode QR
- Introduction à l'optimisation linéaire
- Méthodes avancées de projection
- Techniques de préconditionnement
- Programmation : Structure de données matricielles, stockage de matrices creuses, programmation de méthodes numériques en Fortran.

**MI3 Probabilités :** (72 H ; C : 36 H, TD : 36 H) (ECTS : 8)

- Fondements et rappels : espace probabilisé, variable aléatoire, calcul de lois, indépendance
- Convergence des suites de variables aléatoires, théorèmes limites : différents types de convergence, loi faible et loi forte des grands nombres, Théorème central limite.
- Conditionnement : lois conditionnelles, espérance conditionnelle
- Application aux vecteurs gaussiens.
- Chaînes de Markov

**MI4 Outils pour le calcul scientifique et les statistiques**(32 H ; C: 16 H, TP: 16 H) (ECTS: 4)

- Système d'exploitation, Architecture des ordinateurs, Représentation en mémoire des données scalaires,
- Données structurées, Variables dynamiques,
- Quelques algorithmes fondamentaux, Initiation au Fortran 90 et à R.

**MI5 Optimisation déterministe et stochastique:** (76 H ; C : 32 H, TD : 20 H, TP : 24 H) (ECTS :8)

- Rappels sur le calcul des extrema, extrema liés
- Programmation linéaire, méthode du simplexe, dualité.
- Généralités sur l'optimisation de fonctionnelles convexes.
- Optimisation sans contrainte. Optimisation avec contraintes, points selles, lagrangien, dualité.
- Processus de décision Markovien
- Algorithme EM

**MI6 Analyse numérique des EDP :** (76 H ; C : 32 H, TD : 20 H, TP : 24 H) (ECTS : 8)

- Théorème de Lax-Milgram(, et compléments d'analyse fonctionnelle)

- Formulation variationnelle des problèmes aux limites elliptiques, régularité.
- Approximation par la méthode des éléments finis. Approximation variationnelle, Elements finis P1 P2 Q1, Intégration numérique, Estimations d'erreurs,
- Stockage bande des matrices creuses, Résolution numérique.
- Introduction à l'analyse numérique de problèmes d'évolution.
- TP à réaliser en Fortran 90 en utilisant les bibliothèques BLAS et LAPACK.

**MI7 Statistiques** : (72 H ; C : 36 H, TD : 36 H ) (ECTS : 8)

- Modèle statistique, distributions d'échantillonnage ;
- Estimation ponctuelle : Borne de Cramer Rao, Théorème de Rao Blackwell, Maximum de vraisemblance, région de confiance, propriétés asymptotiques.
- Estimation fonctionnelle : fonction de répartition empirique, estimateur de la densité à noyau;
- Tests paramétriques : tests de Neymann Pearson, Tests pour des échantillons gaussiens (moyenne/variance)
- Tests non paramétrique : test de Kolmogorov-Smirnov et test du Chi-Deux
- Régression linéaire

**MI10 Travail d'étude et de recherche (T.E.R.)** : (TP : 50 H) (ECTS : 4)

Le T.E.R. est un projet complet, mettant en œuvre les connaissances théoriques acquises en mathématiques appliquées sur un problème concret en calcul scientifique ou en probabilités et statistique. Les étudiants choisissent un sujet dans une liste proposée par les enseignants de la maîtrise. Ces sujets sont généralement pris dans des projets industriels déjà réalisés ou dans des demandes en cours des partenaires socio-économiques. Ils peuvent correspondre à des pré-études (faisabilité,...) débouchant sur un stage d'été. Il comporte pour :

- **l'option Calcul scientifique** : de la programmation, projet d'analyse numérique et de calcul scientifique, analyse mathématique et mise en œuvre numérique d'un modèle représentant un problème physique. Apprentissage d'utilisation de codes de calcul scientifique (CAST3M, NAG,...).

- **l'option Statistique et Probabilités** : la lecture d'un article ou de chapitres de livre introduisant des notions statistiques ou probabilistes non-développées en cours, l'application à des données réelles de ces notions en utilisant le logiciel de traitement statistique R. A partir de la problématique posée par l'étude, l'étudiant devra, sous la conduite de l'enseignant, choisir les méthodes appropriées et les mettre en œuvre, interpréter les résultats obtenus.

L'étudiant réalise le projet sous la direction d'un enseignant responsable du sujet au cours du second semestre. Il produit un rapport écrit. Une soutenance orale publique (de l'ordre de 30 minutes) est organisée devant le jury du Master Professionnel 1<sup>ère</sup> année, jury complété par des intervenants extérieurs liés au TER.

## Modules optionnels

Les étudiants choisissent une option parmi les trois suivantes :

### Option Calcul scientifique

**MI8 Mécanique des milieux continus** : (32 H ; C: 16 H, TD: 16 H) (ECTS: 4)  
(Mutualisé avec le Master de Mécanique)

- Equations de la mécanique des milieux continus. Caractérisation des EDP.
- Quelques formulations mathématiques de problèmes en élasticité, en mécanique des fluides et en cinétique chimique.
- Elasticité linéaire, Fluides newtoniens

### Option Statistique- Probabilités

**MI9 Analyse de données** : (32 H ; C : 16H, TD: 16 H) (ECTS : 4)

- Généralités : centre de gravité et inertie d'un nuage d'individus. Propriétés de l'inertie.
- Techniques d'analyses factorielles : Analyse en composantes principales, Analyse d'après un tableau de distances, Analyses des correspondances simples et multiples.
- Classification Automatique.
- Analyse discriminante : critères de décision, règle de décision ou d'affectation associée à un critère de décision, analyses discriminantes linéaire et quadratique. Tests statistiques utilisés en Analyse Discriminante.
  - TP sur logiciel R
  -

### Option Mathématiques et Economie

Une nouvelle option est prévue pour les étudiants ayant une formation en économie et mathématiques

**Ils doivent suivre obligatoirement le module**

**MI9 Analyse de données** : (32 H ; C : 16H, TD: 16 H) (ECTS : 4)

- Généralités : centre de gravité et inertie d'un nuage d'individus. Propriétés de l'inertie.
- Techniques d'analyses factorielles : Analyse en composantes principales, Analyse d'après un tableau de distances, Analyses des correspondances simples et multiples.
- Classification Automatique.
- Analyse discriminante : critères de décision, règle de décision ou d'affectation associée à un critère de décision, analyses discriminantes linéaire et quadratique. Tests statistiques utilisés en Analyse Discriminante.
  - TP sur logiciel R

Le Module **MI2 Analyse numérique et Algorithmique** est remplacé par un module UEF3 « Econométrie et Anglais » du Master APE (Analyse et Politique Economiques) [Master APE](#)

Le Module **MI6 Analyse numérique des EDP** est remplacé par un module UEF7 « Econométrie et Anglais » du Master APE

# Seconde Année

## Tronc commun

### **MP1 : Informatique générale** (60 h ; C : 24h , TD : 20h , TP :16h) (ECTS 6)

Unix, langage C, C++.

### **MP2 : Unité d'ouverture** (50 h ; C : 30h , TD : 20h ) (ECTS 5)

Techniques de communication (25 h ; C : 15h , TD : 10h) : Recherche 1er emploi , Réalisation de CV, simulation d'entretien d'embauche, analyse d'offres d'emplois

Langue (Anglais) (25 h ; C : 15h , TD : 10h) : Axé sur la rédaction et la lecture de textes scientifiques.

### **MP3 : Conférences et formation aux logiciels professionnels** (24 h ; C : 24h)

La moitié du module est destinée à organiser des conférences portant sur la connaissance de l'entreprise et permettant l'approfondissement de certains modules.

La formation aux logiciels professionnels se décline ainsi

- SAS (pour l'option Statistique) : 4h,
- Freefem (pour l'option Calcul Scientifique) : 4h

### **MP4 : Miniprojet** (30 h ; TD : 30h) (ECTS 2)

Se déroule en trois phases : modélisation, programmation, analyse des résultats. Le sujet doit être si possible choisi pour mieux préparer le stage en entreprise. Le travail est fait en trinôme, avec une soutenance commune à tous les projets et une note unique pour le trinôme.

### **MP5 : Stage** (6 h ; TD : 6h) (ECTS 20)

Stage de 5 à 6 mois en entreprise ou en laboratoire de recherche.

## Modules optionnels

Les étudiants choisissent les options parmi les deux suivantes :

### Option Calcul scientifique

Les cours des modules CS1 et CS2 donnent une introduction aux principales méthodes de base de l'analyse numérique et illustrent leur application à quelques problèmes issus des sciences de l'ingénieur, notamment de la mécanique des milieux continus. Etude de certains aspects liés à la modélisation mathématique et la simulation numérique d'écoulements fluides.

### **CS1 : Méthodes numériques pour les problèmes hyperboliques** : (60 h ; C : 24h , TD : 20h, TP : 16h) (ECTS 6)

- Introduction aux lois de conservation hyperboliques.
- Méthode des caractéristiques, solutions faibles
- Solution du problème de Riemann, condition de Lax.
- Extension aux systèmes: acoustique, Euler.
- Schémas Volumes Finis
- Schémas monotones et TVD.
- Exemples de schémas : Godunov, Lax-Friedrichs, Lax-Wendroff, ...
- Schémas d'ordre 2, limiteurs de pente.

### **CS2 : Outils avancés d'approximation des EDP** : (60 h ; C : 24h , TD : 20h, TP : 16h) (ECTS

6)

- Compléments sur les méthodes variationnelles, méthodes de Galerkin, méthode des éléments finis.
- Approfondissement de la méthode des éléments finis.
- Estimations d'erreur a priori et a posteriori.
- Problème de Stokes, notion de compatibilité des espaces d'approximations.
- Approximation de problèmes paraboliques 2D (méthodes des éléments finis et de volumes finis)
- Méthodes de Krylov avancées pour la résolution de grands systèmes linéaires.
- Techniques d'amélioration: algorithme de Cuthill-McKee, préconditionnement et algorithmes adaptés.

**CS3 : Physique** : (44 h ; C : 24h, TD : 20h) (ECTS 5)

*Mécanique des fluides compressibles et incompressibles* : (22 h ; C : 12h, TD : 10h)

Objectif de ce cours : initier aux écoulements compressibles et incompressibles et aux problèmes de la modélisation de la turbulence.

- Introduction à la mécanique des fluides compressibles.
- Présentation des équations d'Euler et de Navier-Stokes.
- Extension aux fluides incompressibles
- Introduction aux modèles de turbulence.

*Mécanique des solides* : (22h ; C : 12h, TD : 10h)

Objectif du cours : on utilise la théorie des espaces vectoriels en dualité pour résumer les méthodes des éléments finis de type déplacement, force et mixte. La structure algébrique des problèmes de mécanique des solides déformables, les notions d'orthogonalité de certains sous- espaces vectoriels seront constamment utilisées pour cette présentation synthétique des méthodes variationnelles. Le plan de ce module est le suivant :

- Opérations algébriques en mécanique des structures
- Formulation globale d'un problème de mécanique des structures
- Méthodes variationnelles
- Éléments finis de type déplacement, force et éléments finis mixtes

**CS4 : Problèmes inverses** : (40 h ; C : 20h , TD : 20h) (ECTS 4)

Le but de ce cours est de comprendre ce qu'est un problème inverse et ses principales difficultés de résolution. Ces difficultés sont présentées sur des exemples issus de l'industrie de l'environnement et de la médecine. Le contenu du cours est le suivant :

- Introduction : problèmes inverses et problèmes mal posés.
- Problème de reconstruction et d'identification : exemples, approximation, régularisation et algorithmes.
- Problèmes à frontière libre et optimisation de formes : Exemples, approximation, approches variationnelles, approche stochastique,...
- Mise en pratique des principales méthodes de résolution

**CS5 : Calcul parallèle et apprentissage de codes industriels** : (60 h ; C 30h , TP : 30h) (ECTS 6)

L'objectif de ce cours est l'introduction au calcul parallèle et l'apprentissage de codes industriels. Le contenu est le suivant :

4. Étudier les implémentations parallèles des algorithmes numériques classiques

5. Programmation par échanges de messages (Message Passing Interface : MPI)
6. Utilisation des architectures modernes (SMP, SP, GPU)
7. Apprentissage des codes industriels (FreeFem, PDEtools, ...)
8. Décomposition de domaine

## Option Statistique - Probabilités

### **SP1 : Statistique bayésienne et simulation** (60 h ; C : 24h , TD : 36h ) (ECTS 6)

Le but de ce cours est d'initier aux idées et aux techniques de la modélisation et du calcul bayésien. Le programme de ce cours est le suivant :

1. Comment poser un problème dans le contexte bayésien ? Estimateurs de Bayes ; Optimalité ; Construction des lois a priori.
2. Applications
  - Les mélanges : modélisation de populations non homogènes.
  - Régression logistique, Poissonienne : Comment inclure un effet individu ?
  - La sélection de modèles : des critères classiques (AIC, BIC) à l'approche bayésienne.
3. Outils de Simulation Algorithmes MCMC, Approximation des estimateurs de Bayes
  - Bootstrap

### **SP2 : Régression** (60 h ; C : 24h , TD : 36h ) (ECTS 6)

L'objectif de ce cours est d'acquérir une maîtrise de différentes techniques de régression Le contenu est le suivant :

1. Modèle linéaire multiple : estimation par MCO, vraisemblance dans le cas gaussien, analyse des résidus, choix de modèles.
2. Analyse de la variance à plusieurs facteurs et avec interactions.
3. Régression logistique, généralisation.
  9. Régression ridge et Lasso
  10. Approches non paramétriques.

### **SP3 : Apprentissage** (30 h ; C : 15h , TD : 15h) (ECTS 3)

Ce module développe d'une part l'aspect moderne de l'analyse des données

1. Classification par analyse discriminante et par régression logistique.
2. méthode CART, méthode SVM
3. Agrégation de classifieurs, boosting
4. Classification non supervisée.

### **SP4 : Modélisation temporelle et spatiale des dépendances.** (60 h ; C : 24h , TD : 36h) (ECTS 6)

Prévoir est devenu indispensable dans des domaines aussi divers que l'industrie, la gestion, le marketing et l'économie. Cet enseignement est une initiation aux principales méthodes probabilistes de modélisation et prévision. Le programme de ce cours est le suivant :

1. Analyse descriptive des séries temporelles
2. Généralités sur les processus. Processus stationnaires du second ordre. Autocorrélation et autocorrélation partielle. Estimation de ces caractéristiques.
3. Modèles ARMA, SARIMA. Identification. Prévision
4. Deux approches non paramétriques de prévision.: les lissages exponentiels, les méthodes de noyaux.
5. Introduction à la géostatistique, Krigeage.

### **SP5 :Data Mining, Sensométrie et Chimométrie** (60h ; C : 24h , TD : 36h) (ECTS 6)

#### **Sensométrie :**

C'est un domaine d'application de la statistique qui est en plein essor. Il concerne l'analyse et le traitement de données d'analyse sensorielle et de préférence. Le programme de ce module est le suivant :

- \* Planification d'expériences et tests d'hypothèses usuels en analyse sensorielle
- \* Analyse d'un ensemble de tableaux de données
- \* Analyse de données de préférence
- \* Données de comparaison par paires

### **Chimiométrie :**

L'intérêt de cette discipline ne cesse de grandir du fait du développement des systèmes rapides d'acquisition de l'information dans l'objectif de caractériser des produits ou contrôler des systèmes (analyse d'images, spectrométrie, résonance magnétique, ...). Le programme de ce module est le suivant :

- \* Domaine d'application de la chimiométrie
- \* Méthodes de prédiction
- \* Régression biaisée
- \* Régression PLS
- \* Mise en relation de tableaux de données