Université de Nantes **Licence STPI L1**
Module Mathématiques 2 **Année 2005/2006**

Interrogation n°3 – Développements limités et Systèmes linéaires

Durée de l'épreuve : 60 minutes

<u>Nom</u> : **<u>Prénom</u> :** **<u>Groupe</u> : STPI 1.**

Document autorisé : une feuille A4 manuscrite recto. Calculatrices et téléphones interdits. L'énoncé est constitué d'exercices indépendants. Votre rédaction se fera sur la feuille (recto-verso) d'énoncé aux emplacements prévus à cet effet. Il sera tenu compte de la présentation de la copie.

Barême (indicatif) : Ex** 1 **sur** 5 **points, Ex** 2 **sur** 8 **points, Ex** 3 **sur** 7 **points.

Exercice 1. *“Une limite pour commencer”*

1. *Rappeler le développement limité à l'ordre* 3 *en* 0 *de* $sin(x)$.

2. *Déterminer le développement limité à l'ordre* 3 *en* 0 *de* $\sin(3x)$.

3. *Déterminer le développement limité d'ordre* 3 *en* 0 *de* $3x - \sin(3x)$.

4. *En déduire* $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x - \sin(3x)}{x^3}$.

Exercice 2. ***"Un petit patchwork sur les développements limités"***

1. *Soit f une fonction de classe C^3 sur $\mathbb{R}$ telle que*

   $f(0) = 3$ $\quad f'(0) = 0$ $\quad f''(0) = 2$ $\quad f'''(0) = 60$

   Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de f.

2. *On définit g sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{1}{1+4x^2}$.*
   Déterminer le développement limité à l'ordre 6 en 0 de $g(x)$.
   En déduire le développement limité à l'ordre 7 de $Arctan(x)$.

3. *Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$.*
   On suppose que f admet un développement limité d'ordre 2 en 0 de la forme

   $$f(x) = 3 - x - 7x^2 + x^2\varepsilon(x)$$

   Quelle est l'équation de la tangente (T_0) à $\mathcal{G}_f$ au point $(0, f(0))$?

   Quelle est la position relative de $\mathcal{G}_f$ par rapport à (T_0) ?

On suppose que la tangente (T_1) *à* $\mathcal{G}_f$ *au point* $(1, f(1))$ *a pour équation* $y = 3 - x$.
Quel est le développement limité à l'ordre 1 *en* 1 *de* $f(x)$ *?*

Exercice 3. ***"Des systèmes linéaires à paramètre"***

1. *A l'aide des* ***formules de Cramer****, déterminer l'ensemble solution du système suivant en fonction du paramètre* μ.

$$(\mathcal{S}_2) \left\{ \begin{array}{ccccc} (\mu-1)x & - & y & = & \mu - 1 \\ x & + & (\mu+1)y & = & \mu^2+1 \end{array} \right.$$

2. *A l'aide de* ***la méthode du pivot de Gauss****, déterminer l'ensemble solution du système suivant en fonction du paramètre μ.*

$$(\mathcal{S}_1)\ \left\{\begin{array}{ccccccc} -(1+\mu)x & - & 2y & + & 2z & = & 1 \\ 2x & + & (3-\mu)y & - & 2z & = & 0 \\ 2x & + & 2y & - & (1+\mu)z & = & 0 \end{array}\right.$$