

Leonhard Euler, mathématicien européen du siècle des Lumières

Laurent Guillopé

Laboratoire de mathématiques Jean Leray
Université de Nantes – CNRS – École centrale de Nantes

Université permanente
21 décembre 2007



LEONHARD EULER

15 avril 1707

Basel

$\frac{7}{18}$ septembre 1783

Санкт-Петербурге

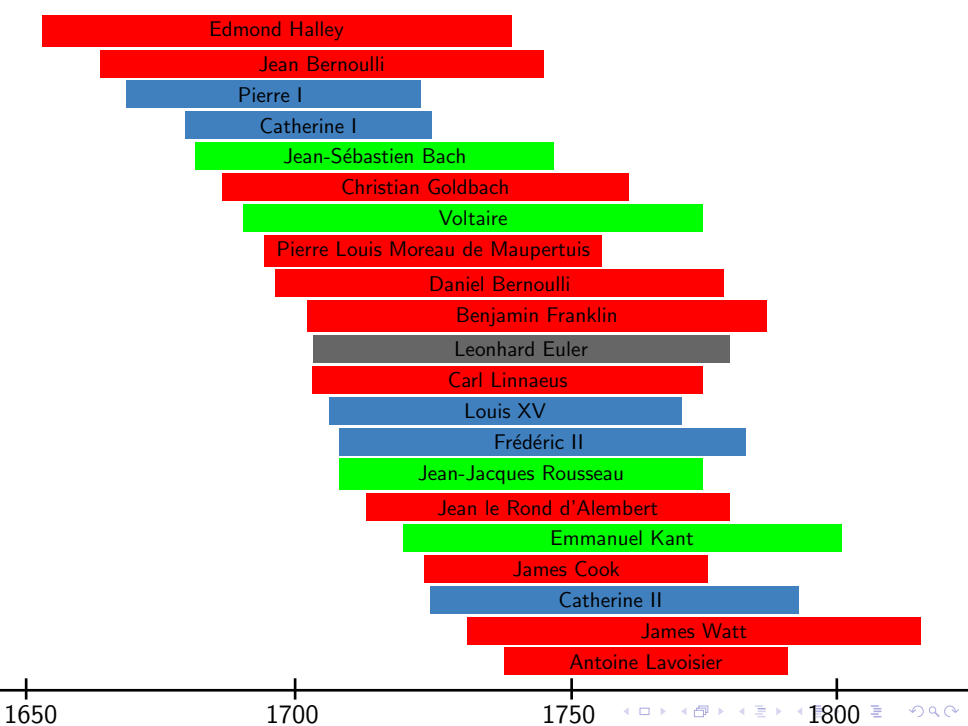
Prologue

I Bâle

II Petropolis

III Berlin

IV Saint-Pétersbourg



- ▶ Académies : Londres (1660), Paris (1666/99), Berlin (1700), Saint-Pétersbourg (1724)
- ▶ Journaux scientifiques : Le journal des sçavans (1665), The Phil. Trans. Royal Society, (1665)
- ▶ Descartes (1596-1650), Newton (1643-1727), Leibniz (1646-1716)
- ▶ L'encyclopédie
- ▶ Controverses et polémiques
- ▶ Correspondance

legenheit geben. Des Fermatii Einfall, dass jeder numerus $2^{2^n-1} + 1$ eine seriem numerorum primorum gebe, kann zwar, wie Ew. bereits gezeigt haben, nicht bestehen; es wäre aber schon was Sonderliches, wenn diese series lauter numeros unico modo in duo quadrata divisibiles gäbe. Auf solche Weise will ich auch eine conjecture hazardiren: dass jede Zahl, welche aus zweyen numeris primis zusammengesetzt ist, ein aggregatum so vieler numerorum primorum sey, als man will (die unitatem mit dazu gerechnet), bis auf die congeriem omnium unitatum *); zum Exempel

$$4 = \begin{cases} 1 + 3 \\ 1 + 1 + 2 \\ 1 + 1 + 1 + 1 \end{cases} \quad 5 = \begin{cases} 2 + 3 \\ 1 + 1 + 3 \\ 1 + 1 + 1 + 2 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \end{cases}$$

$$6 = \begin{cases} 1 + 5 \\ 1 + 2 + 3 \\ 1 + 1 + 1 + 3 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 2 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \end{cases} \quad \text{etc.}$$

C. GOLDBACH à L. EULER – 7 juin 1742

legenheit geben. Des Fermatii Einfall, dass jeder numerus $2^{2^n-1} + 1$ eine seriem numerorum primorum gebe, kann zwar, wie Ew. bereits gezeigt haben, nicht bestehen; es wäre aber schon was Sonderliches, wenn diese series lauter numeros unico modo in duo quadrata divisibiles gäbe. Auf solche Weise will ich auch eine conjecture hazardiren: dass jede Zahl, welche aus zweyen numeris primis zusammengesetzt ist, ein aggregatum so vieler numerorum primorum sey, als man will (die unitatem mit dazu gerechnet), bis auf die congeriem omnium unitatum *); zum Exempel

$$4 = \begin{cases} 1 + 3 \\ 1 + 1 + 2 \\ 1 + 1 + 1 + 1 \end{cases} \quad 5 = \begin{cases} 2 + 3 \\ 1 + 1 + 3 \\ 1 + 1 + 1 + 2 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \end{cases}$$

$$6 = \begin{cases} 1 + 5 \\ 1 + 2 + 3 \\ 1 + 1 + 1 + 3 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 2 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \end{cases} \quad \text{etc.}$$

Conjecture de Goldbach

Tout nombre pair est
somme de deux premiers.

Domaines	%
Algèbre, théorie des nombres et analyse	40
Mécanique et autres études physiques	28
Géométrie, trigonométrie comprise	18
Astronomie	11
Théorie navale, artillerie, architecture	2
Philosophie, musicologie, théologie et divers	1

Index Eneström : **E001** à **E866**

40 livres, 70 volumes publiés d'*Opera Omnia* , 3 000 lettres

Branches	%
Fondements de l'analyse, calcul différentiel & calcul intégral	27
Géométrie, géométrie différentielle comprise	17
Théorie des nombres	13
Séries	13
Équations différentielles	13
Algèbre, analyse combinatoire & probabilités	10
Calcul des variations	7

ArXiv : Leonhard Euler

1. 0712.0120 On the partition of numbers into parts of a given type and number.
2. 0711.4986 On highly transcendental quantities which cannot be expressed by integral formulas.
3. 0711.3656 Various analytic observations on combinations.
4. 0710.3956 The solution of a memorable problem by a special artifice of calculation.
5. 0709.0557 General observations on series whose terms proceed as the sines and cosines of multiples of angles.
6. 0708.2564 On the sum of the series formed from the prime numbers where the prime numbers of the form $4n - 1$ have a positive sign and those of the form $4n + 1$ a negative sign.

arXiv :0711.3656

Title : Various analytic observations on combinations

Authors : Leonhard Euler

Categories : math.HO History and Overview (math.CO Combinatorics; math.NT Number Theory)

Abstract : **E158** in the Enestrom index. Translation of the Latin original '*Observationes analyticae variae de combinationibus* (1741). This paper introduces the problem of partitions, or *partitio numerorum* (the partition of integers). In the first part of the paper Euler looks at infinite symmetric functions. He defines three types of series : the first denoted with capital Latin letters are sums of powers, e.g. $A = a + b + c + \dots$, $B = a^2 + b^2 + c^3 + \dots$, etc. ; [...]

Le prince des mathématiques



SCHWEIZERISCHE NATIONALBANK
BANCA NAZIONALE SVIZRA

C1180753



BANQUE NATIONALE SUISSE
BANCA NAZIONALE SVIZZERA

LA BANQUE NATIONALE SUISSE
BANCA NAZIONALE SVIZZERA

87C1180753

Bâle

1707 – 1727



PROSPECT DER RHEINBRÜCKE ZU BASEL
 VON SEITEN DER KLEINEN STADT .

En. Büchel del. 1765.



VUE, DU PONT DU RHIN DE BASLE
 DU CÔTÉ DE LA PETITE VILLE .

W. Harlberger esc. C. M. Bri.



JEAN BERNOULLI
1667 – 1748



DANIEL BERNOULLI
1700 – 1782

MEDITATIONES

SUPER

PROBLEMATĒ NAUTICO;

DE IMPLANTATIONE MALORUM,

QUÆ PROXIME ACCESSERE

Ad præmium anno 1727. à Regia Scientiarum
Academia promulgatum.



PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, Bibliopolam, Via
San - Jacobæ, sub signo Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regiæ.

E004

MEDITATIONES

SUPER

PROBLEMATĒ NAUTICO,

DE IMPLANTATIONE MALORUM,

QUÆ PROXIME ACCESSERE

Ad præmium anno 1727. à Regia Scientiarum
Academia promulgatum.



PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, Bibliopolam, Viâ
San-Jacobæ, sub signo Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regiæ.

E004



MEDITATIONES

SUPER

PROBLEMATĒ NAUTICO,

Quod Illustrissima Regia Parisiensis Academia
Scientiarum proposuit.

Omnes enim trahimur, & ducimur ad cognitionis &
scientiæ cupiditatem, in quâ excellere pulchrum
putamus. *M. T. Cicero de Officiis.*

PROBLÈME

*Quelle est la meilleure manière de mâter les Vaisseaux
tant par rapport à la situation qu'au nombre
& à la hauteur des Mâts.*

§ I.



CONSTITUTIONE & collocatione ma-
lorum, potissimum universa navigatio depen-
det in navibus quæ non à remis sed folis velis
propellantur. Vela scilicet antennis alligata
maïs applicantur, & vento obverfa, ejus impetum susti-

A

E004

Pl. 2.

Piece q. a. c. 1727. Meditations.

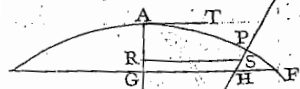


fig. IV.

N

A

A

a

M

H

F

f

R

P

P

fig. V.

G

E

B

b

E004

SCIENTIA
NAVALIS

3 27

SEV
TRACTATUS
DE
CONSTRVENDIS AC DIRIGENDIS
NAVIBVS

PARS PRIOR

COMPLECTENS

THEORIAM VNIVERSAM
DE SITV AC MOTV
CORPORVM AQVAE INNATANTIVM.

AVCTORE

LEONHARDO EPLERO

PROF. HONORARIO ACADEMIAE IMPER. SCIENT. ET
DIRECTORE ACAD. REG. SCIENT. BORVSSICAE.

INSTAR SVPPLEMENTI AD TOM. I. NOVOIVM
COMMENTAR. ACAD. SCIENT. IMPER.

PETROPOLI
TYPIS ACADEMIAE SCIENTIARVM

MDCCCXLI X.

17 49

SCIENTIA
NAVALIS

3 27

SEV
TRACTATUS
DE
CONSTRVENDIS AC DIRIGENDIS
NAVIBVS

PARS PRIOR
COMPLECTENS

THEORIAM VNIVERSAM
DE SITV AC MOTV
CORFORVM AQVAE INNATANTIVM.

AVCTORE

LEONHARDO EVLERO

PROF. HONORARIO ACADEMIAE IMPER. SCIENT. ET
DIRECTORE ACAD. REG. SCIENT. BORVSSICAE.

INSTAR SVPPLEMENTI AD TOM. I. NOBORVM
COMMENTAR. ACAD. SCIENT. IMPER.

PETROPOLI
TYPIS ACADEMIAE SCIENTIARVM
MDCCCLXX.

17 49

THÉORIE COMPLETE
DE
LA CONSTRUCTION
ET DE
LA MANŒUVRE
DES VAISSEAUX,

MISE A LA PORTÉE DE CEUX QUI S'APPLIQUENT A LA
NAVIGATION.

Par M. LÉONARD EULER.

Nouvelle Edition corrigée & augmentée.



A PARIS, rue Dauphine,

Chez CLAUDE-ANTOINE JOMBERT, fils aîné,
Libraire du Roi pour le Génie & l'Artillerie.

M. DCC. LXXVI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Pendant le tems, Monfieur, que j'ai été chargé du département de la Marine, j'ai pensé que je ne pouvois rien faire de mieux pour l'instruction des jeunes gens élevés dans les écoles de la Marine & de l'Artillerie, que de les mettre à portée d'étudier les ouvrages que Vous avez donnés sur ces deux parties des Mathématiques ; j'ai en conféquence propofé au Roi, de faire imprimé par ses ordres Votre traité de la construction & de la manœuvre des vaiſſeaux, & une traduction françoife de votre commentaire sur les principes d'Artillerie de Robins.

Si j'avois été à portée de Vous, j'aurois demandé Votre confentement, avant de difpoſer d'ouvrages qui vous appartiennent ; mais j'ai cru que Vous seriez bien dédommagé de cette eſpèce de propriété par une marque de la bienveillance du Roi. Sa majeſté m'a autorifé à Vous faire toucher une gratification de mille Roubles, qu'elle Vous prie de recevoir comme un témoignage de l'eſtime qu'Elle fait de vos travaux & que Vous méritez à tant de titres.

TURGOT (*Fontainebleau, 15 octobre 1775*)

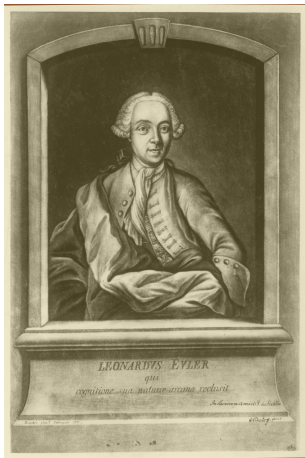
Saint-Pétersbourg

1727 – 1741



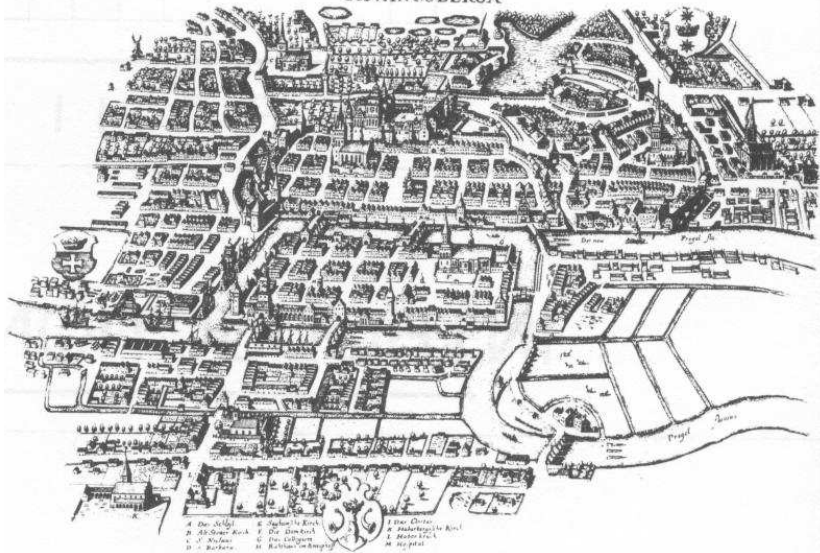


PIERRE I *Le grand*
1672 – 1725

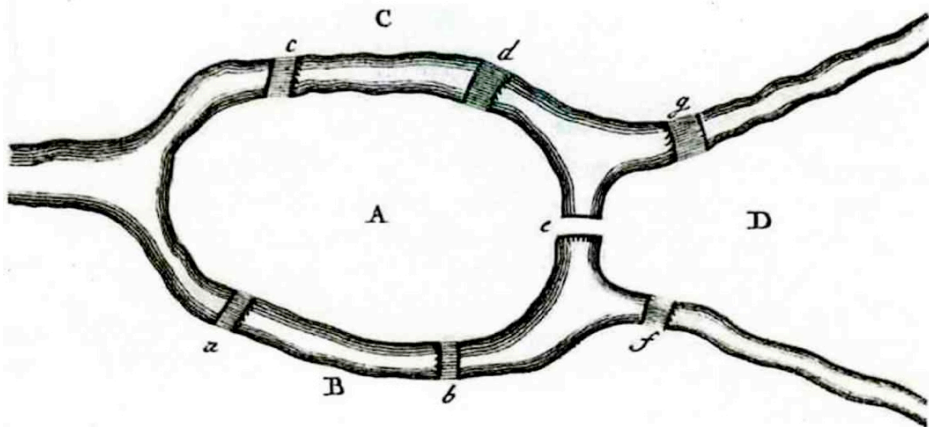


Euler à 30 ans

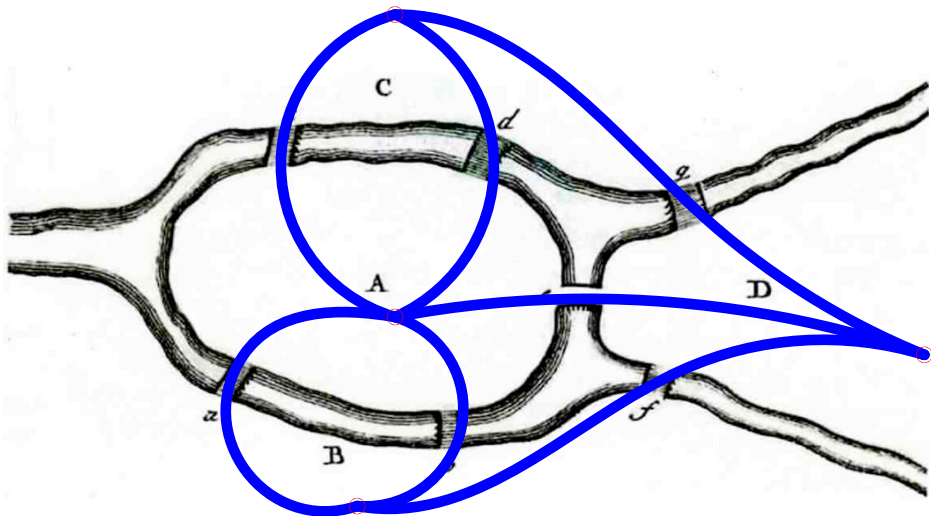
KONINGSBERGA



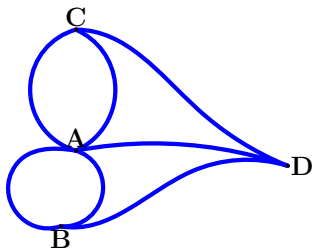
Geometria situs



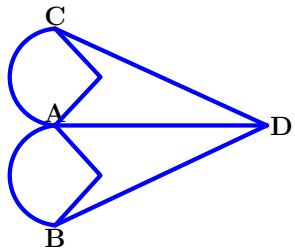
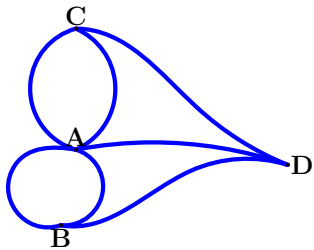
Geometria situs



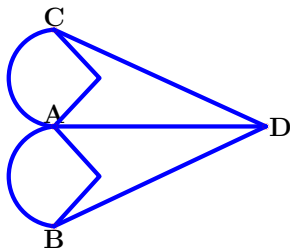
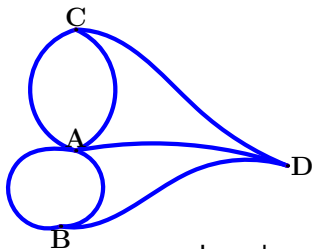
Graphes



Graphes



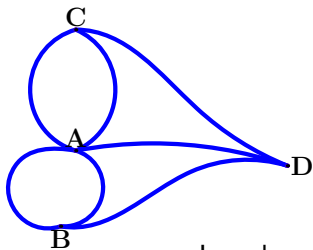
Graphes



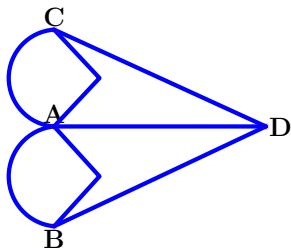
Les chemins eulériens

Définition Un graphe est eulérien si on peut le parcourir en passant par chaque arête une et une seule fois, en partant d'un sommet et en y revenant.

Graphes



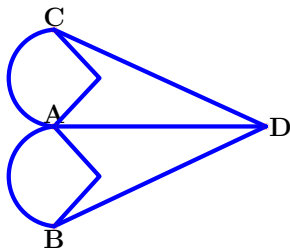
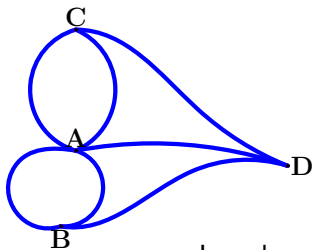
Les chemins eulériens



Définition Un graphe est eulérien si on peut le parcourir en passant par chaque arête une et une seule fois, en partant d'un sommet et en y revenant.

Théorème (Euler, 1736) Un graphe est eulérien si et seulement si de chaque sommet part un nombre pair de côtés.

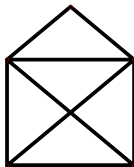
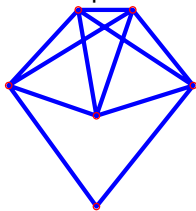
Graphes

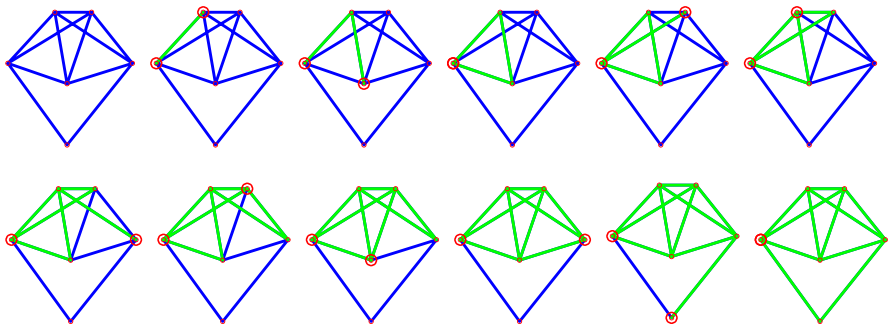


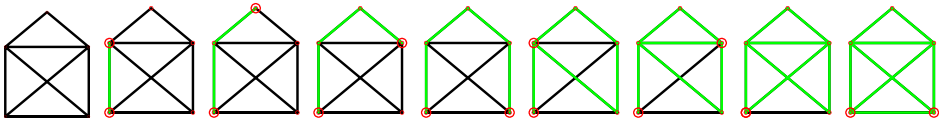
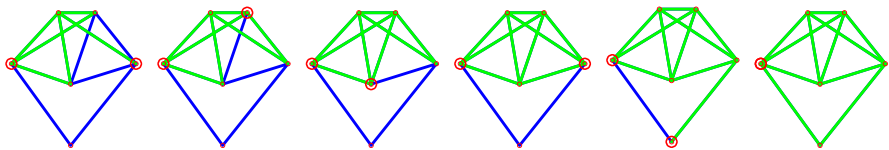
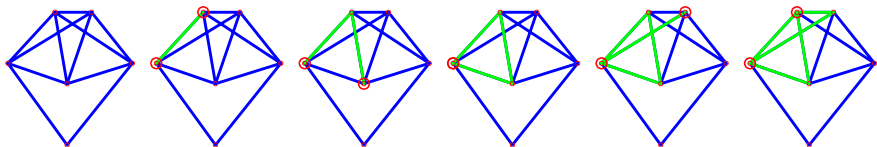
Les chemins eulériens

Définition Un graphe est eulérien si on peut le parcourir en passant par chaque arête une et une seule fois, en partant d'un sommet et en y revenant.

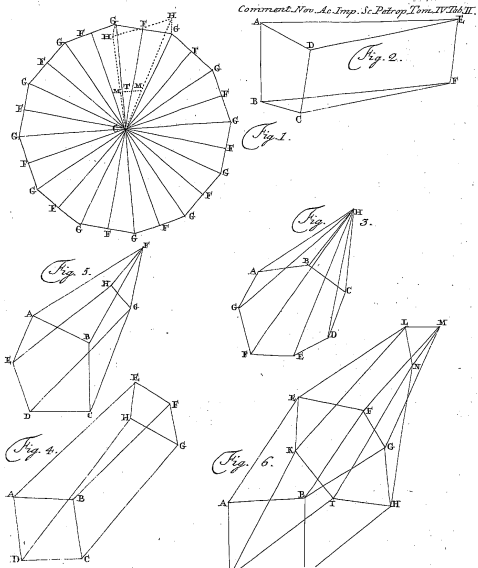
Théorème (Euler, 1736) Un graphe est eulérien si et seulement si de chaque sommet part un nombre pair de côtés.







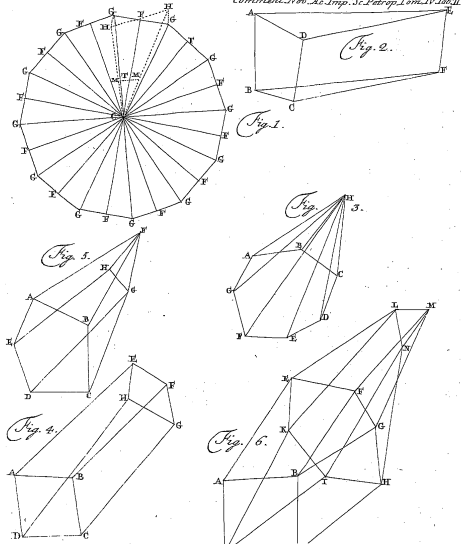
Les polyèdres d'Euler



DOCTRINAE SOLIDORVM. 137

Num. ang. solidor.	numerus hedrarum	numerus acierum	nomina generum
8	6	12	Octogonum hexaedrum.
	7	13	Octogonum heptaedrum.
	8	14	Octogonum octaedrum.
	9	15	Octogonum enneaedrum.
	10	16	Octogonum decaedrum.
	11	17	Octogonum hendecaedrum.
	12	18	Octogonum dodecaedrum.
9	7	14	Enneagonum heptaedrum.
	8	15	Enneagonum Octaedrum.
	9	16	Enneagonum enneaedrum.
	10	17	Enneagonum decaedrum.
	11	18	Enneagonum hendecaedrum.
	12	19	Enneagonum dodecaedrum.
	13	20	Enneagonum 13edrum.
14	21	Enneagonum 14edrum.	
10	7	15	Decagonum heptaedrum.
	8	16	Decagonum octaedrum.
	9	17	Decagonum enneaedrum.
	10	18	Decagonum decaedrum.
	11	19	Decagonum hendecaedrum.
	12	20	Decagonum dodecaedrum.
	13	21	Decagonum 13edrum.
	14	22	Decagonum 14edrum.
	15	23	Decagonum 15edrum.
16	24	Decagonum 16edrum.	

etc.



- ▶ S : nombre de sommets
- ▶ A : nombre d'arrêtes
- ▶ F : nombre de faces

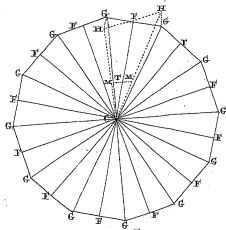


Fig. 1.



Fig. 2.

- ▶ S : nombre de sommets
- ▶ A : nombre d'arrêtes
- ▶ F : nombre de faces

[Euler (1751), Legendre (1794)]

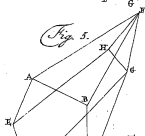


Fig. 3.

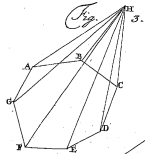


Fig. 4.

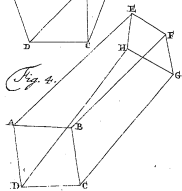


Fig. 5.

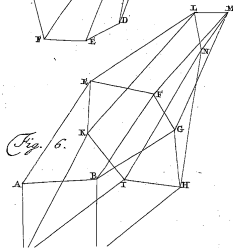


Fig. 6.

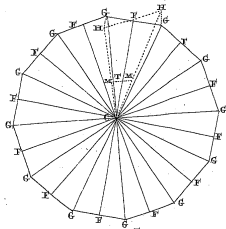


Fig. 1.

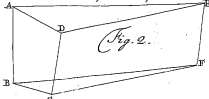


Fig. 2.

- ▶ S : nombre de sommets
- ▶ A : nombre d'arrêtes
- ▶ F : nombre de faces

[Euler (1751), Legendre (1794)]

$$F + S = 2 + A$$

Fig. 5.

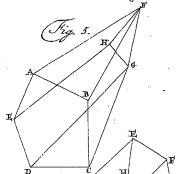


Fig. 3.

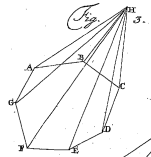


Fig. 4.

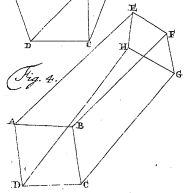
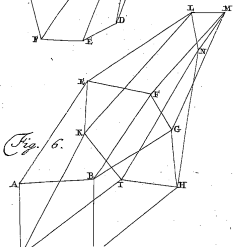
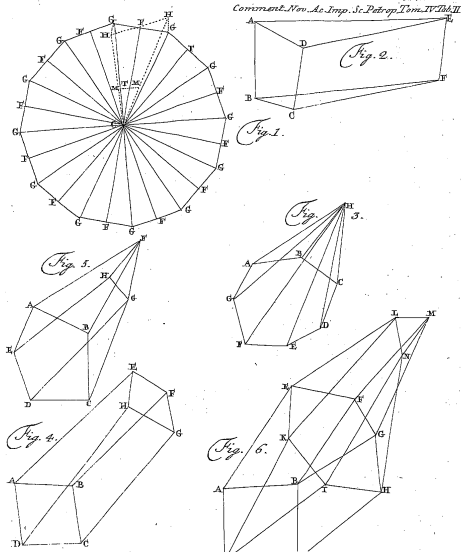


Fig. 6.





- ▶ S : nombre de sommets
- ▶ A : nombre d'arrêtes
- ▶ F : nombre de faces

[Euler (1751), Legendre (1794)]

$$F + S = 2 + A$$

$$F - A + S = 2$$

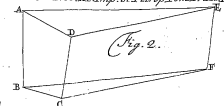
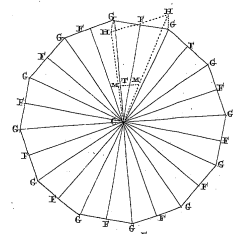


Fig. 1.

Fig. 3.

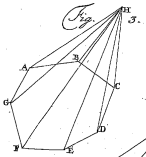


Fig. 5.

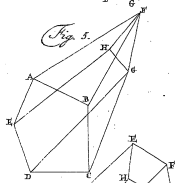


Fig. 4.

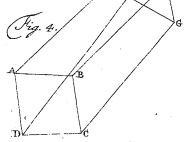
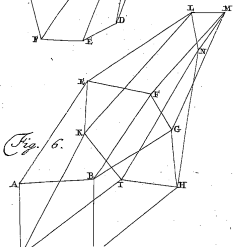


Fig. 6.



- ▶ S : nombre de sommets
- ▶ A : nombre d'arrêtes
- ▶ F : nombre de faces

[Euler (1751), Legendre (1794)]

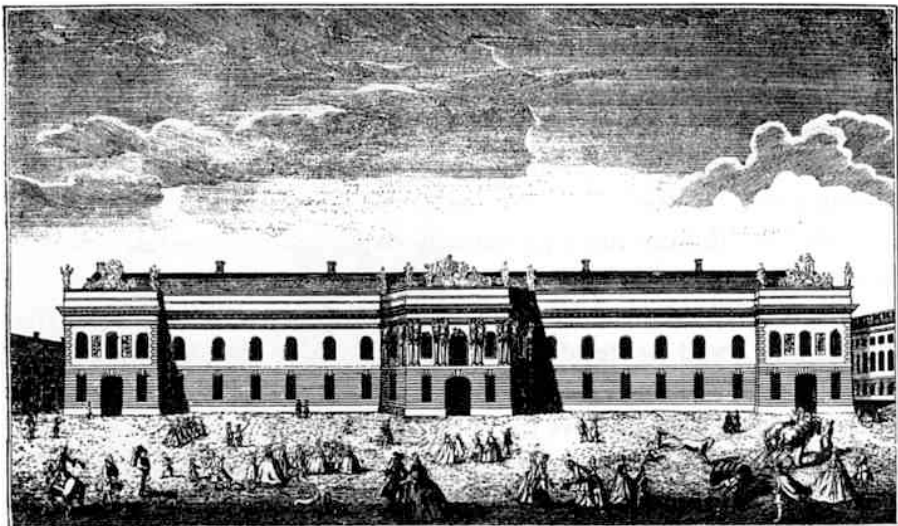
$$F + S = 2 + A$$

$$F - A + S = 2$$

Caractéristique d'Euler-Poincaré

Berlin

1741 – 1766



*Prospect der vor einigen Jahren abgebrannten, und nunmehr ganz neu aufgeführten Fordergebäude des großen Königl. Stalls auf der Dorotheen-
Stoß in Berlin, welches überaus angefehlte Plätze für die Königl. Akademie der Wissenschaften und Freischule, und für die Akademie der Kunst und
andere Unterrichtsstellen bestimmt ist.*

123. Die Akademie der Wissenschaften. 1752

Nach einem Stiche von Schlenker



FRÉDÉRIC II *Le grand*
1712 – 1786



Euler à 49 ans

Lettres à une princesse d'Allemagne
sur divers sujets de physique & de philosophie

1760-1762 (envoi)

1768-1772 (publication Saint-Pétersbourg)

1-16	Vitesses, propagation du son, musicologie
17-44	Optique
45-79	Gravitation
80-132	Philosophie, logique
133-234	Électricité, magnétisme, optique

Les cercles d'Euler

266

DEUXIÈME PARTIE. — LETTRE XXXV.

(fig. 59); ou bien de cette manière (fig. 60), ou encore (fig. 61); d'où l'on a ce syllogisme :

Nul A n'est B;
Or, quelque C est B ou quelque B est C;
Donc, quelque C n'est pas A.

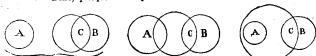


Fig. 59.

Fig. 60.

Fig. 61.

Pour les autres formes qui restent encore, quand la première proposition est particulière, ou affirmative, ou négative, je les représenterai l'ordinaire prochain.

17 février 1761.

LETTRE XXXVI.

Sur les différentes formes de syllogismes.

Dans ma lettre précédente, j'ai eu l'honneur de présenter à Votre Altesse plusieurs formes de syllogismes ou raisonnements simples, qui tirent leur origine de la première proposition lorsqu'elle est universelle, affirmative ou négative. Il reste donc à développer encore les syllogismes lorsque la première proposition est supposée particulière, affirmative ou négative, pour avoir toutes les formes possibles de syllogismes qui conduisent à une conclusion sûre.

Soit donc la première proposition affirmative particulière renfermée dans cette forme générale,

Quelque A est B,

où une partie de la notion A est contenue dans la notion B.

Soit maintenant une troisième notion C, qui, étant rapportée à la notion A, ou sera contenue dans la notion A, comme dans les fig. 62, 63, 64; ou aura une partie dans la notion A, comme

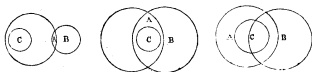


Fig. 62.

Fig. 63.

Fig. 64.

DES SYLLOGISMES.

267

(fig. 65, 66, 67); ou sera tout entière hors de la notion A, comme

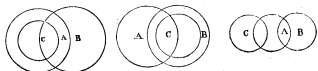


Fig. 65.

Fig. 66.

Fig. 67.

(fig. 68, 69, 70). Dans tous ces cas, on n'en saurait rien conclure

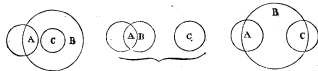


Fig. 68.

Fig. 69.

Fig. 70.

puisque'il serait possible que la notion C fût dans la notion B ou tout entière, ou en partie, ou point du tout.

Mais si la notion C renferme en soi la notion A, il est certain qu'elle aura aussi une portion contenue dans la notion B, comme (fig. 71 ou 72); d'où résulte cette forme de syllogisme :

Quelque A est B;
Or, tout A est C;
Donc, quelque C est B.



Fig. 71.

Fig. 72.

Il en est de même lorsqu'on compare la notion C avec la notion B; on ne saurait tirer aucune conclusion, à moins que la notion C ne contienne en soi la notion B tout entière, comme (fig. 73 ou 74);



Fig. 73.

Fig. 74.

LETTRE LIX.

Sur le système du monde.

Pour mieux éclaircir ce que je viens d'exposer sur le mouvement des corps célestes et sur les forces qui en sont la cause, il sera bon de présenter à Votre Altesse (fig. 34) le système du monde ou une

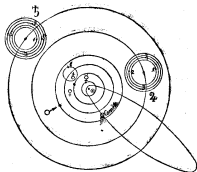


Fig. 34.

description des corps célestes qui le composent. D'abord il faut observer que les étoiles fixes sont des corps entièrement semblables au soleil, et luisant d'eux-mêmes, éloignés tant du soleil qu'entre eux par des distances prodigieuses, et dont chacun peut être de la même grandeur que le soleil. J'ai déjà eu l'honneur de dire à Votre Altesse que celle des étoiles fixes, qui est la plus proche de nous, est 400,000 fois plus éloignée de nous que le soleil. Chaque étoile fixe semble être destinée pour échauffer et éclairer un certain nombre de corps opaques, semblables à notre terre et habités aussi sans doute, lesquels se trouvent dans son voisinage, mais que nous ne voyons point à cause de leur prodigieux éloignement. Quoiqu'on ne puisse en être assuré par des observations, on l'infère néanmoins de leur ressemblance avec le soleil, qui sert à échauffer et éclairer notre terre, et même encore quelques autres corps semblables à notre terre, qu'on nomme planètes. On connaît particulièrement six¹ de ces corps qui sont échauffés et éclairés par le soleil. Ces corps ne sont pas en repos, mais chacun d'eux se meut autour du soleil par une route qui diffère peu d'un cercle, et cette route se nomme l'orbite de chaque planète. Le soleil lui-même est à peu près en repos, ainsi que toutes les étoiles fixes, le mouvement que nous leur voyons n'étant qu'apparent et causé par le mouvement de la terre.

1. Voyez la note 2, page 28.

J'ai donc représenté (fig. 34) ce qu'on nomme le système solaire, qui renferme tous les corps opaques qui se meuvent autour du soleil, et qui jouissent des mêmes avantages qu'il nous procure. La grande tache que j'ai mise vers le milieu du papier avec le signe ☉, représente le soleil en repos. Autour de lui sont six cercles qui marquent les orbites ou les routes par lesquelles les planètes se meuvent autour du soleil. La planète la plus voisine du soleil est Mercure, marqué par le signe ☿, et la petite tache qui s'y trouve représente le corps de Mercure, qui achève son tour par son orbite autour du soleil en 88 jours environ. Vient ensuite Vénus, marquée par ♀, qui achève ses révolutions autour du soleil en 7 mois environ. Le troisième cercle est notre terre, qui porte le signe ♁, et qui achève ses révolutions autour du soleil dans un an, une année n'étant autre chose que le temps que la terre emploie à parcourir son cercle autour du soleil. Mais pendant que la terre se meut autour du soleil, il y a un autre corps qui se meut lui-même autour de la terre en la suivant dans son orbite, et c'est la lune ☾, dont le cercle ou orbite est représenté dans la figure. Les deux premières planètes ☿ et ♀ n'ont point visiblement de corps qui les accompagnent, non plus que Mars ♂, qui est la quatrième, et qui parcourt son orbite autour du soleil en 2 ans environ. Le cinquième cercle est celui de Jupiter ♃, qui fait sa révolution en 42 ans environ. Autour de lui se meuvent quatre satellites représentés dans la figure, avec leurs orbites, par les nombres 1, 2, 3, 4. Enfin le sixième et dernier cercle est l'orbite de Saturne ♄, qui emploie presque trente ans pour faire sa révolution autour du soleil. Cette planète est accompagnée dans son cours de cinq satellites, marqués par les nombres 1, 2, 3, 4, 5¹. C'est ainsi que le système du soleil renferme six planètes principales, Mercure ☿, Vénus ♀, la Terre ♁, Mars ♂, Jupiter ♃, Saturne ♄, et outre cela dix satellites, savoir, la lune, quatre satellites de Jupiter et cinq de Saturne. Ce système contient encore plusieurs comètes, dont le nombre est inconnu. La figure en représente une, dont l'orbite diffère de celle des planètes parce qu'elle est extrêmement allongée, de sorte qu'une comète s'approche tantôt beaucoup du soleil jusqu'à nous, et tantôt s'en éloigne jusqu'à nous devenir tout à fait invisible. Parmi les comètes, on en a remarqué une qui achève ses révolutions dans son orbite en 75 ans environ, et c'est celle qu'on a vue l'année dernière. Pour les autres comètes, il est certain qu'elles mettent plusieurs siècles à parcourir leurs orbites; et comme dans les siècles passés on ne les a pas exactement obser-

1. Voyez la note, page 145.

La querelle Maupertuis-König



La querelle Maupertuis-König



*Principe
de moindre action*

La querelle Maupertuis-König



*Principe
d'économie naturelle*

*Principe
de moindre action*

La querelle Maupertuis-König



*Principe
d'économie naturelle*

*Principe
de moindre action*

Conservation de l'énergie

La querelle Maupertuis-König



*Principe
d'économie naturelle*

*Principe
de moindre action*

Conservation de l'énergie



La querelle Maupertuis-König



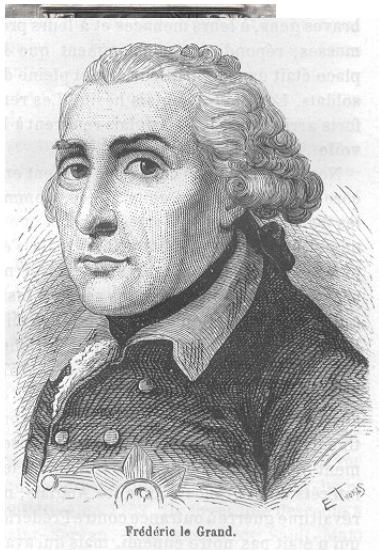
*Principe
d'économie*

*Principe
de moindre*

Conservation de



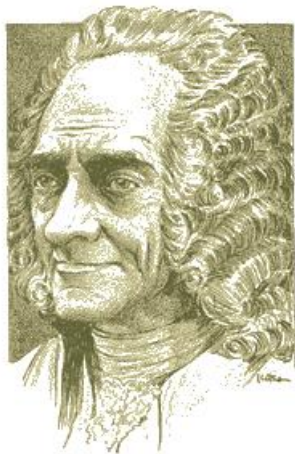
La querelle Maupertuis-König



de
économie

de
de moindr

rvation de



Retour à Saint-Pétersbourg

1766 – 1783



CATHERINE II *La grande*
1729 – 1796



Euler à 71 ans

INTRODUCTIO
IN ANALYSIN
INFINITORUM.

AUCTORE

LEONHARDO EULERO,
*Professore Regio BEROLINENSI, & Academiæ Im-
perialis Scientiarum PETROPOLITANÆ
Socio.*

TOMUS PRIMUS.



LAUSANNÆ,

Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & Socios.

MDCCLXVIII

E101

INSTITUTIONES
CALCULI
DIFFERENTIALIS

CUM EIUS USU

IN ANALYSI FINITORUM

AC.

DOCTRINA SERIERUM

AUCTORE

LEONARDO EULERO

ACAD. REG. SCIENT. ET ELEG. LITT. BORUSS. DIRECTORE
PROF. HONOR. ACAD. IMP. SCIENT. PETROP.
ET ACADEMIARUM REGIARUM PARISIENÆ
ET LONDINENSIS SOCIO.

TICINI

IN TYPOGRAFHEO PETRI GALEATII

Superiarum permissu.

1787.

E212

Vollständige Anleitung zur Algebra [E387]

Le calcul différentiel et intégral

- ▶ Notations : e , π , $i = \sqrt{-1}$, \sum , $\sin x$, $\operatorname{tg} x$, $\cos x$, $f(x)$
- ▶ Concept de fonction
- ▶ Sommaton de séries
- ▶ Les fonctions eulériennes Γ , B, \dots

Les *constantes eulériennes*

$$e = 2.7182818284\dots, \quad \pi = 3.1415926535\dots, \quad \gamma = 0.5772156649\dots$$

Les constantes eulériennes

$e = 2.7182818284\dots$, $\pi = 3.1415926535\dots$, $\gamma = 0.5772156649\dots$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Les constantes eulériennes

$e = 2.7182818284\dots$, $\pi = 3.1415926535\dots$, $\gamma = 0.5772156649\dots$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Les constantes eulériennes

$e = 2.7182818284\dots$, $\pi = 3.1415926535\dots$, $\gamma = 0.5772156649\dots$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

Les constantes eulériennes

$$e = 2.7182818284\dots, \quad \pi = 3.1415926535\dots, \quad \gamma = 0.5772156649\dots$$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \log n \right]$$

Problème de Bâle 1734 (**E041** De summis serierum reciprocarum)

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{k^2} + \dots$$

Problème de Bâle 1734 (**E041** De summis serierum reciprocarum)

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{k^2} + \dots \simeq 1.644944\dots$$

Problème de Bâle 1734 (**E041** De summis serierum reciprocarum)

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{k^2} + \dots \simeq 1.644944\dots$$
$$= (\log 2)^2 + 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{n^2 2^n} + \dots \right)$$

Problème de Bâle 1734 (**E041** De summis serierum reciprocarum)

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{k^2} + \dots &\simeq 1.644944\dots \\ &= (\log 2)^2 + 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{n^2 2^n} + \dots \right) \\ &= \frac{\pi^2}{6} \end{aligned}$$

Problème de Bâle 1734 (**E041** De summis serierum reciprocarum)

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{k^2} + \dots &\simeq 1.644944\dots \\ &= (\log 2)^2 + 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{n^2 2^n} + \dots \right) \\ &= \frac{\pi^2}{6} \end{aligned}$$

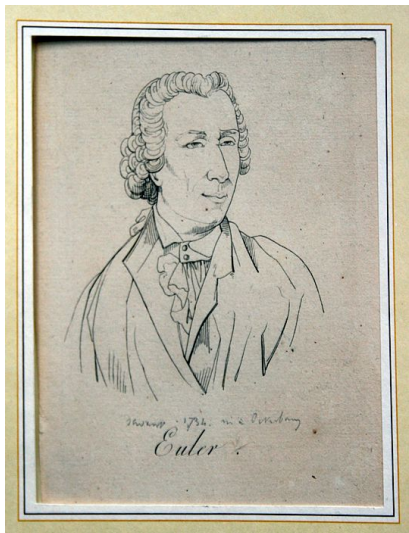
$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} + \dots$$

Problème de Bâle 1734 (**E041** De summis serierum reciprocarum)

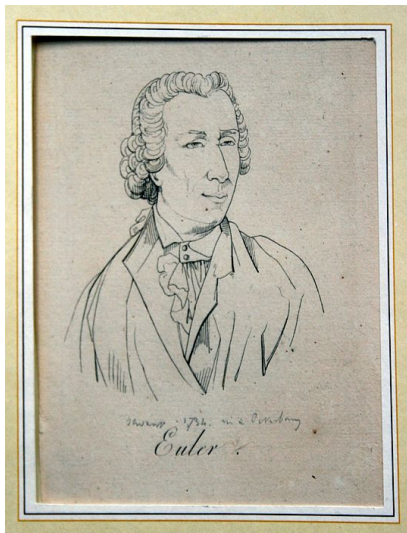
$$\begin{aligned}1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{k^2} + \dots &\simeq 1.644944\dots \\ &= (\log 2)^2 + 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{n^2 2^n} + \dots \right) \\ &= \frac{\pi^2}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\sin x}{x} &= 1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} + \dots \\ &= \prod_{k=1}^{\infty} \left[1 - \frac{x^2}{k^2 \pi^2} \right]\end{aligned}$$





... il cessa de calculer et de vivre
MARQUIS DE CONDORCET



... il cessa de calculer et de vivre
MARQUIS DE CONDORCET

*Lisez Euler, lisez Euler, il est le Maître
de nous tous*
PIERRE SIMON LAPLACE