Leonhard Euler, mathématicien européen du siècle des Lumières

Laurent Guillopé

Laboratoire de mathématiques Jean Leray
Université de Nantes – CNRS

Université permanente – Saint Brévin
10 mars 2015

Leonhard Euler

15 avril 1707

Basel

$\frac{7}{18}$ septembre 1783

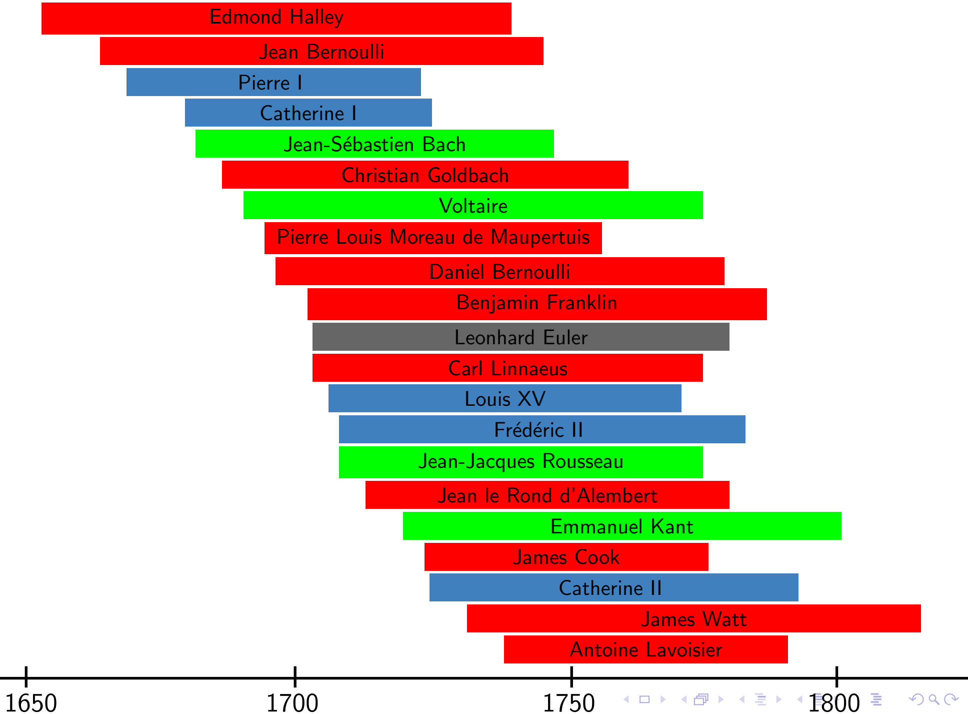
Saint-Pétersbourg

I Bâle (1707 – 1727)

II Petropolis (1727 – 1741)

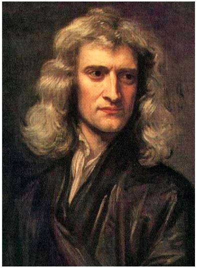
III Berlin (1741 – 1766)

IV Saint-Pétersbourg (1766 – 1783)


Edmond Halley
Jean Bernoulli
Pierre I
Catherine I
Jean-Sébastien Bach
Christian Goldbach
Voltaire
Pierre Louis Moreau de Maupertuis
Daniel Bernoulli
Benjamin Franklin
Leonhard Euler
Carl Linnaeus
Louis XV
Frédéric II
Jean-Jacques Rousseau
Jean le Rond d'Alembert
Emmanuel Kant
James Cook
Catherine II
James Watt
Antoine Lavoisier
1650
1700
1750
1800

Descartes (1596-1650)

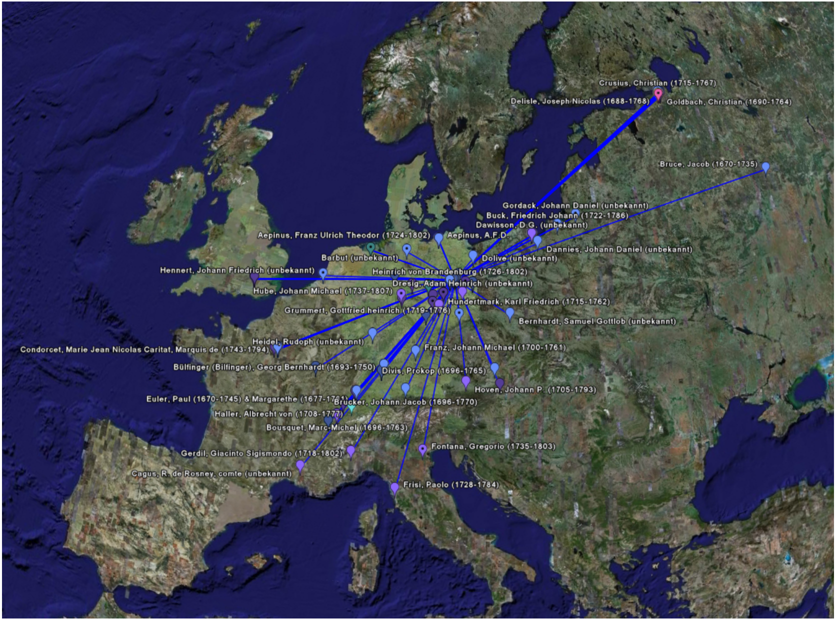
Fermat (1601-1665)



Newton (1643-1727)

Leibniz (1646-1716)

- Académies : Londres (1665), Paris (1666/99), Berlin (1700), Saint-Pétersbourg (1724)
- Journaux scientifiques : Le journal des sçavans (1665), The Phil. Trans. Royal Society, (1665)
- L'encyclopédie
- Controverses et polémiques
- Correspondance


Crusius, Christian (1715-1767)
Delisle, Joseph Nicolas (1688-1768)
Goldbach, Christian (1690-1764)
Bruce, Jacob (1670-1735)
Gordack, Johann Daniel (unbekannt)
Buck, Friedrich Johann (1722-1786)
Dawisson, D.G. (unbekannt)
Aepinus, Franz Ulrich Theodor (1724-1802)
Aepinus, A.F.D.
Dannies, Johann Daniel (unbekannt)
Barbut (unbekannt)
Dolive (unbekannt)
Hennert, Johann Friedrich (unbekannt)
Heinrich von Brandenburg (1726-1802)
Dresig, Adam Heinrich (unbekannt)
Hube, Johann Michael (1737-1807)
Hundertmark, Karl Friedrich (1715-1762)
Grummert, Gottfried heinrich (1719-1776)
Bernhardt, Samuel Gottlob (unbekannt)
Heidel, Rudoph (unbekannt)
Condorcet, Marie Jean Nicolas Caritat, Marquis de (1743-1794)
Franz, Johann Michael (1700-1761)
Bülfinger (Bilfinger), Georg Bernhardt (1693-1750)
Divis, Prokop (1696-1765)
Hoven, Johann P. (1705-1793)
Euler, Paul (1670-1745) & Margarethe (1677-1761)
Brucker, Johann Jacob (1696-1770)
Haller, Albrecht von (1708-1777)
Bousquet, Marc-Michel (1696-1763)
Fontana, Gregorio (1735-1803)
Gerdil, Giacinto Sigismondo (1718-1802)
Cagus, R. de Rosney, comte (unbekannt)
Frisi, Paolo (1728-1784)

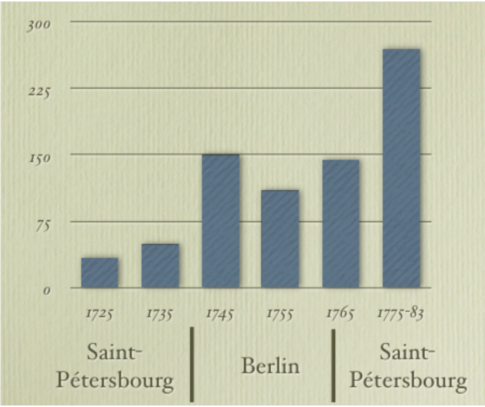
Domaines	%
Algèbre, théorie des nombres et analyse	40
Mécanique et autres études physiques	28
Géométrie, trigonométrie comprise	18
Astronomie	11
Théorie navale, artillerie, architecture	2
Philosophie, musicologie, théologie et divers	1

Index Eneström : **E001** à **E866**

40 livres, 70 volumes publiés d'*Opera Omnia* , 3 000 lettres

Branches	%
Fondements de l'analyse, calcul différentiel & calcul intégral	27
Géométrie, géométrie différentielle comprise	17
Théorie des nombres	13
Séries	13
Équations différentielles	13
Algèbre, analyse combinatoire & probabilités	10
Calcul des variations	7

		%
1725-1734	35	5
1735-1744	50	10
1745-1754	150	19
1755-1764	110	14
1765-1774	145	18
1775-1783	270	34
1725-1783	760	100



ArXiv : Leonhard Euler

1. 0712.0120 On the partition of numbers into parts of a given type and number.
2. 0711.4986 On highly transcendental quantities which cannot be expressed by integral formulas.
3. 0711.3656 Various analytic observations on combinations.
4. 0710.3956 The solution of a memorable problem by a special artifice of calculation.
5. 0709.0557 General observations on series whose terms proceed as the sines and cosines of multiples of angles.
6. 0708.2564 On the sum of the series formed from the prime numbers where the prime numbers of the form $4n-1$ have a positive sign and those of the form $4n+1$ a negative sign.

arXiv:0711.3656

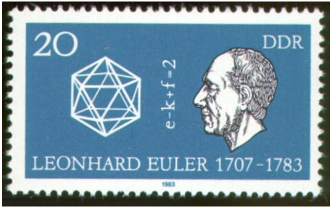
Title : Various analytic observations on combinations
Authors : Leonhard Euler
Categories : math.HO History and Overview (math.CO Combinatorics ; math.NT Number Theory)
Abstract : **E158** in the Eneström index. Translation of the Latin original *Observationes analyticae variae de combinationibus* (1741). This paper introduces the problem of partitions, or partitio numerorum (the partition of integers). In the first part of the paper Euler looks at infinite symmetric functions. He defines three types of series : the first denoted with capital Latin letters are sums of powers, e.g. $A = a + b + c + \ldots$, $B = a^2 + b^2 + c^3 + \ldots$, etc. ; [. . .]


PRO JUVENTUTE 1957
$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \sin\varphi$
LEONHARD EULER 1707-1783
5
+5 HELVETIA


10 10
LEONHARD EULER • 1707 • 1783
• DEUTSCHE DEMOKRATISCHE REPUBLIK •


1957
250 лет со дня рождения великого математика, академика Леонарда Эйлера
40 к.
1707 – 1783
Почта СССР


1 1
DEUTSCHE DEMOKRATISCHE REPUBLIK
EULER
250 JAHRE DEUTSCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN


20
DDR
e-k+f=2
LEONHARD EULER 1707-1783
1983

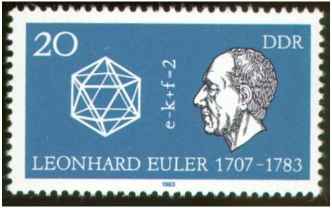

LEONHARD EULER
1707–1783
HELVETIA
e-k+f=2
130


PRO JUVENTUTE 1957
$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \sin\varphi$
LEONHARD EULER 1707-1783
5
+5 HELVETIA

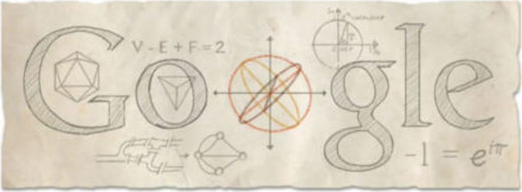

10
10
LEONHARD EULER *1707 †1783
DEUTSCHE DEMOKRATISCHE REPUBLIK


1957
250 лет
СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ
ВЕЛИКОГО
МАТЕМАТИКА,
АКАДЕМИКА
Леонарда ЭЙЛЕРА
40 к.
1707 — 1783
Почта СССР


1
1
DEUTSCHE DEMOKRATISCHE REPUBLIK
EULER
250 JAHRE DEUTSCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN


20
DDR
e-k+f=2
LEONHARD EULER 1707-1783
1983


LEONHARD EULER
1707-1783
HELVETIA
e-k+f=2
130


V-E+F=2
Google
$-1 = e^{i\pi}$


SCHWEIZERISCHE NATIONALBANK
BANCA NAZIUNALA SVIZRA
10
Zehn Franken
Diesch Francs
10
BANQUE NATIONALE SUISSE
BANCA NAZIONALE SVIZZERA
Dix Francs
87C1180753
87C1180753
10
Dieci Franchi

Bâle

1707 – 1727

255.

PROSPECT DER RHEINBRÜCKE ZU BASEL
VON SEITEN DER KLEINEN STADT .

VUE DU PONT DU RHIN DE BASLE
DU CÔTÉ DE LA PETITTE VILLE .

Em. Büchel del. 1761 .

D. Herrliberger exc. Cum Priv.

JEAN BERNOULLI
1667 – 1748

DANIEL BERNOULLI
1700 – 1782

Pierre Bouguer

1698, Le Croisic — 15 août 1758, Paris

- Académicien (1731), scientifique encyclopédique : optique, mathématiques, astronomie, hydrographie, géodésie,. . .
- Expédition au Pérou (1735-1744) [Laponie 1736-37, Maupertuis]
- $\leq, \geq$

1727 : Concours de l'académie des sciences (Paris)

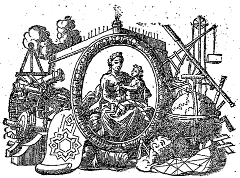
Quelle est la meilleure façon de placer les mâts d'un navire ?

Prix : *De la mâture des vaisseaux*, P. Bouguer

Accessit : *Meditationes super problemate nautico, de implantatione malorum*, L. Euler ! !

> *Je n'ai pas jugé nécessaire de confirmer ma théorie par l'expérimentation, car elle dérive des principes les plus sûrs de mécanique, si bien qu'aucun doute ne peut être émis.* *Euler*

MEDITATIONES
SUPER
PROBLEMATE NAUTICO,
DE IMPLANTATIONE MALORUM,
QUÆ PROXIME ACCESSERE
Ad præmium anno 1727. à Regia Scientiarum Academia promulgatum.



PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, Bibliopolam, Via San-Jacobæa, sub signo Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

E004

MEDITATIONES
SUPER
PROBLEMATE NAUTICO,
Quod Illustrissima Regia Parisiensis Academia Scientiarum proposuit.

Omnes enim trahimur, & ducimur ad cognitionis & scientiæ cupiditatem, in quâ excellere pulchrum putamus. *M. T. Cicero de Officiis.*

PROBLÊME

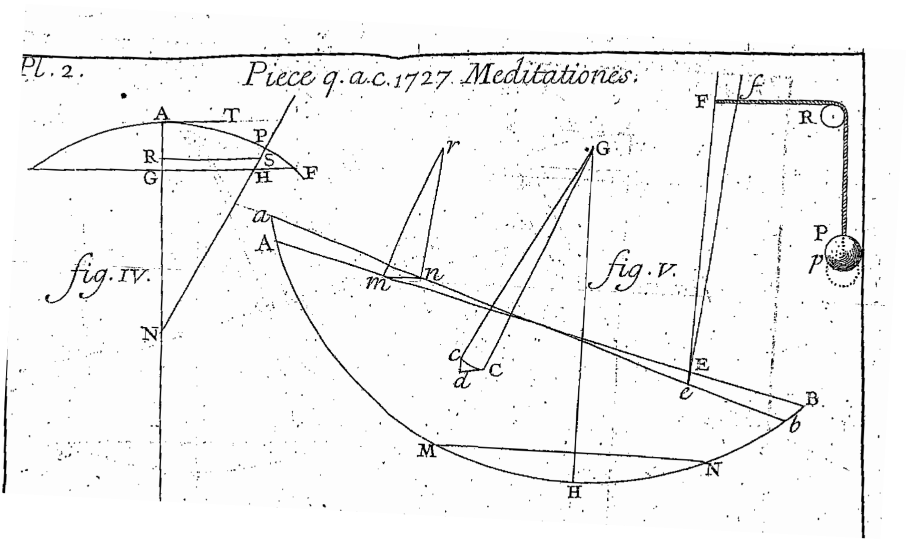
Quelle est la meilleure manière de mâter les Vaisseaux tant par rapport à la situation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

§. I.

A CONSTITUTIONE & collocatione malorum, potissimùm universa navigatio dependet in navibus quæ non à remis sed solis velis propelluntur. Vela scilicet antennis alligata malis applicantur, & vento obversa, ejus impetum susti-

A

E004


Pl. 2.
Piece q. a.c. 1727 Meditationes.
fig. IV.
fig. V.
A
T
P
R
S
G
H
F
N
a
A
m
n
r
G
c
d
C
E
e
B
b
M
N
H
F
f
R
P
p

E004

SCIENTIA
NAVALIS
SEV
TRACTATVS
DE
CONSTRVENDIS AC DIRIGENDIS
NAVIBVS
PARS PRIOR
COMPLECTENS
THEORIAM VNIVERSAM
DE SITV AC MOTV
CORPORVM AQVAE INNATANTIVM.

AVCTORE
LEONHARDO EVLERO
PROF. HONORARIO ACADEMIAE IMPER. SCIENT. ET
DIRECTORE ACAD. REG. SCIENT. BORVSSICAE.

INSTAR SVPPLEMENTI AD TOM. I. NOVORVM COMMENTAR. ACAD. SCIENT. IMPER.

PETROPOLI
TYPIS ACADEMIAE SCIENTIARVM
cIↃ IↃCCXLIX.

1749

E110

THÉORIE COMPLETE
DE
LA CONSTRUCTION
ET DE
LA MANŒUVRE
DES VAISSEAUX,
MISE A LA PORTÉE DE CEUX QUI S'APPLIQUENT A LA NAVIGATION.

Par M. LÉONARD EULER.

Nouvelle Edition corrigée & augmentée.

A PARIS, rue Dauphine,
Chez CLAUDE-ANTOINE JOMBERT, fils aîné,
Libraire du Roi pour le Génie & l'Artillerie.

M. DCC. LXXVI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

E426

Pendant le tems, Monſieur, que j'ai été chargé du département de la Marine, j'ai pensé que je ne pouvois rien faire de mieux pour l'instruction des jeunes gens élevés dans les écoles de la Marine & de l'Artillerie, que de les mettre à portée d'étudier les ouvrages que Vous avez donnés sur ces deux parties des Mathématiques ; j'ai en conſéquence propoſé au Roi, de faire imprimé par ses ordres Votre traité de la conſtruction & de la manœuvre des vaiſſeaux, & une traduction françoiſe de votre commentaire sur les principes d'Artillerie de Robins.

Si j'avois été à portée de Vous, j'aurois demandé Votre conſentement, avant de diſpoſer d'ouvrages qui vous appartiennent ; mais j'ai cru que Vous seriez bien dédommagé de cette eſpèce de propriété par une marque de la bienveillance du Roi. Sa majeſté m'a authoriſé à Vous faire toucher une gratification de mille Roubles, qu'elle Vous prie de recevoir comme un témoignage de l'eſtime qu'Elle fait de vos travaux & que Vous méritez à tant de titres.

Turgot *(Fontainebleau, 15 octobre 1775)*

- Plus de quinze prix de l'Académie des Sciences (Paris)

1738 : De la nature et de la propagation du feu.

1740 : Sur le flux et le reflux de la mer

1748-1750-1752 : Une théorie de Saturne et de Jupiter

1754-1756 : La théorie des inégalités que les planètes peuvent causer au mouvement de la Terre

1761 : La meilleure manière de lester et d'arrimer un vaisseau

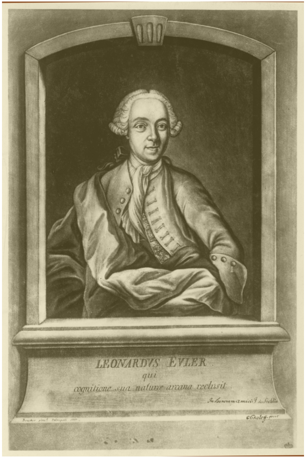
...

Petropolis

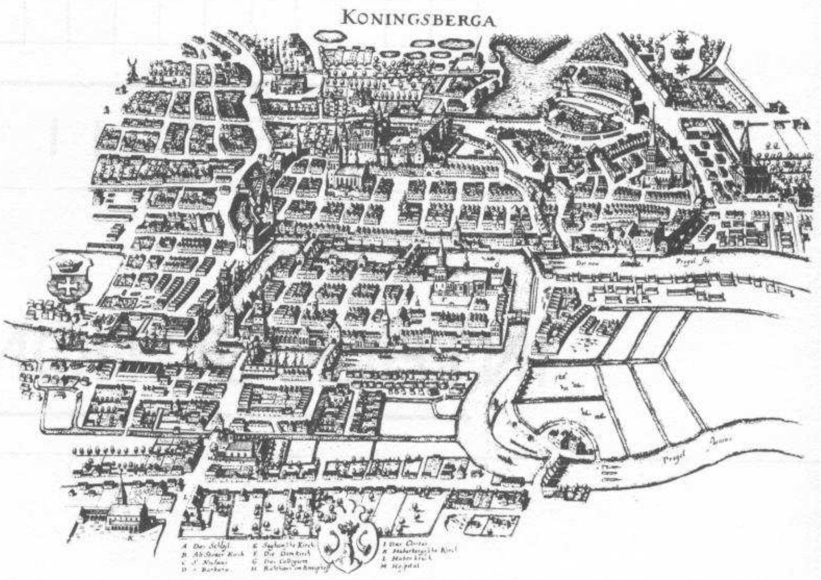
1727 – 1741

Pierre I *Le grand*

1672 – 1725

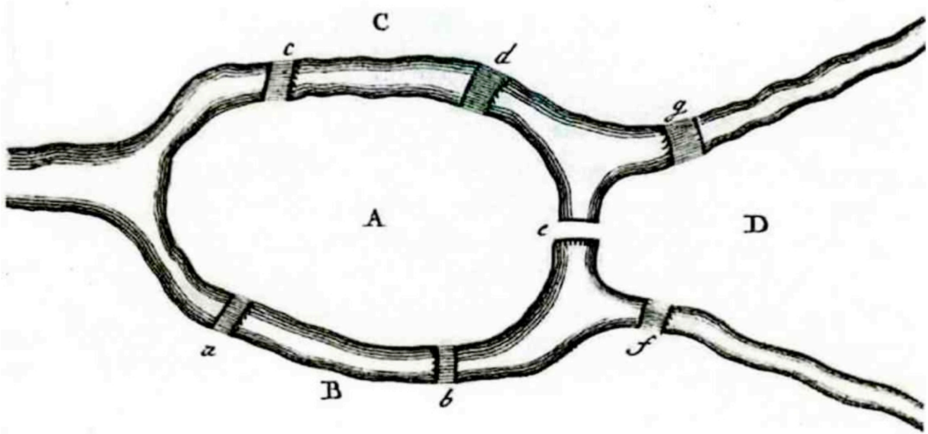


Euler à 30 ans



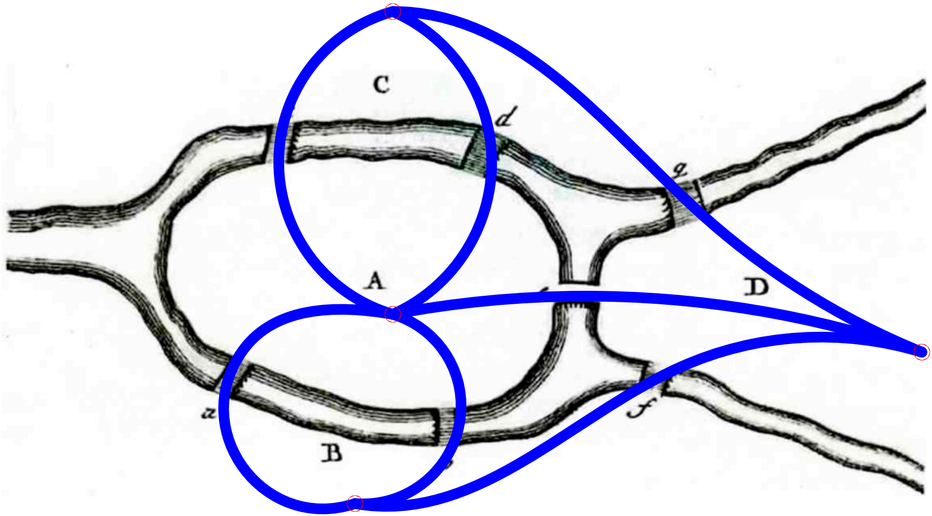
Königsberg / Калининград

Geometria situs



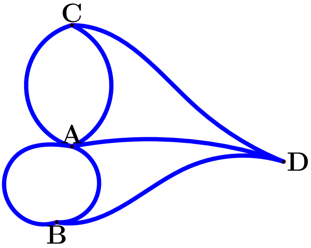
E53

Geometria situs

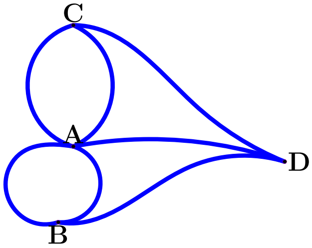


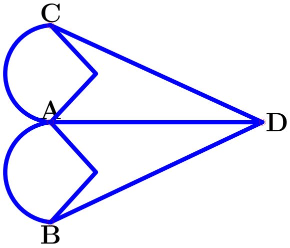
E53

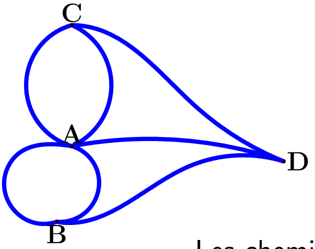
Graphes

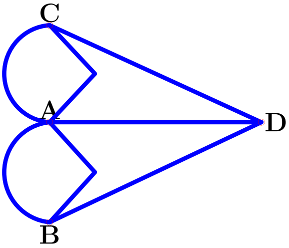


Graphes



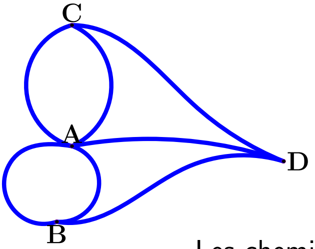


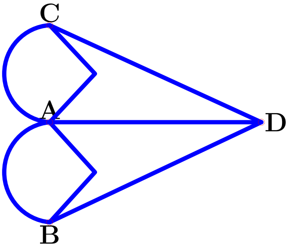




Les chemins eulériens

Définition Un graphe est eulérien si on peut le parcourir en passant par chaque arête une et une seule fois, en partant d'un sommet et en y revenant.

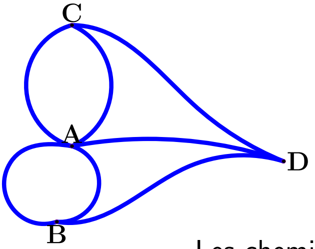


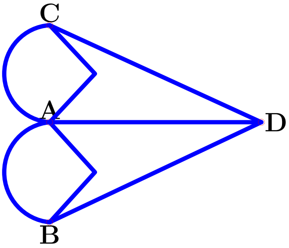


Les chemins eulériens

Définition Un graphe est eulérien si on peut le parcourir en passant par chaque arête une et une seule fois, en partant d'un sommet et en y revenant.

Théorème (Euler, 1736) Un graphe est eulérien si et seulement si de chaque sommet part un nombre pair de côtés.

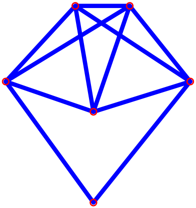


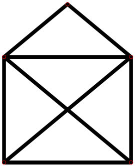


Les chemins eulériens

Définition Un graphe est eulérien si on peut le parcourir en passant par chaque arête une et une seule fois, en partant d'un sommet et en y revenant.

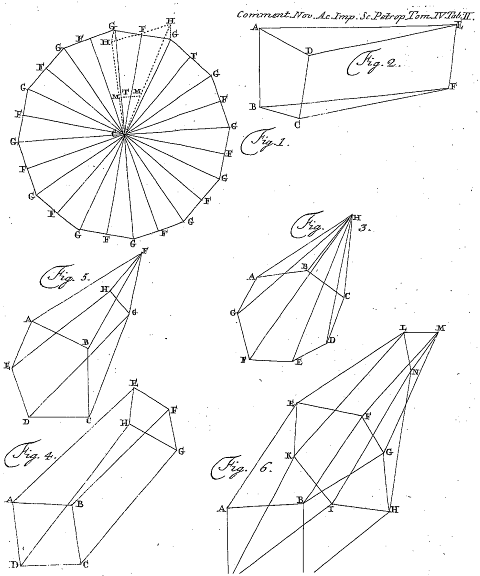
Théorème (Euler, 1736) Un graphe est eulérien si et seulement si de chaque sommet part un nombre pair de côtés.





2014 서울세계수학자대회 기념우표
International Congress of Mathematicians Seoul 2014 Commemorative Stamps
피타고라스의 정리
직각삼각형의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형 두 개의 넓이의 합과 같다.
한붓그리기에 관한 오일러의 정리
오일러 회로는 그래프의 모든 변을 단 한 번씩만 통과하여 시작점으로 되돌아오는 경로를 뜻한다. 한붓그리기에 관한 오일러의 정리는 1736년 오일러가 쾨니히스베르크 다리를 나타내는 문제에 오일러 회로가 존재하지 않음을 보인 것에서 비롯되었다.
파스칼의 삼각형
서로 다른 물건 중에서 순서 없이 그 일부를 뽑는 방법의 가짓수를 삼각형 모양의 기하학적 형태로 배열한 것이다. n번째 줄의 k번째 수는 n개의 서로 다른 물건 중에서 순서 없이 k개를 뽑는 방법의 가짓수이다.
Pythagoras
Leonhard Euler
Blaise Pascal
SEOUL ICM 2014
300
540
대한민국 KOREA 2014 서울세계수학자대회
디자인 신재용
대한민국 우정사업본부
KOREA POST
한국조폐공사제조

Les polyèdres d'Euler



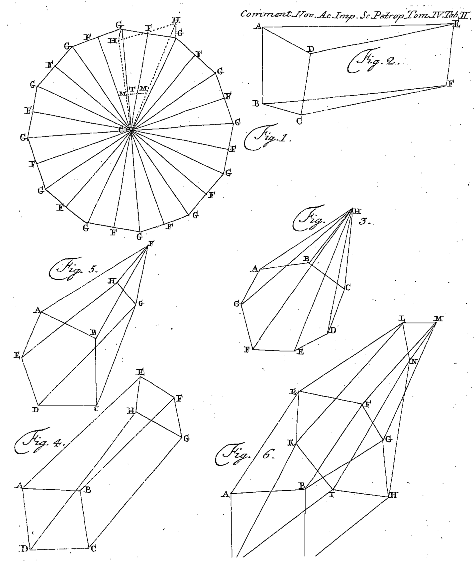
E230

Num. ang. solidor.	numerus hedrarum	numerus acierum	nomina generum
8	6	12	Octogonum hexaedrum.
	7	13	Octogonum heptaedrum.
	8	14	Octogonum octaedrum.
	9	15	Octogonum enneaedrum.
	10	16	Octogonum decaedrum.
	11	17	Octogonum hendecaedrum.
	12	18	Octogonum dodecaedrum.
9	7	14	Enneagonum heptaedrum.
	8	15	Enneagonum Octaedrum.
	9	16	Enneagonum enneaedrum.
	10	17	Enneagonum decaedrum.
	11	18	Enneagonum hendecaedrum.
	12	19	Enneagonum dodecaedram.
	13	20	Enneagonum 13edrum.
	14	21	Enneagonum 14edrum.
10	7	15	Decagonum heptaedrum.
	8	16	Decagonum octaedrum.
	9	17	Decagonum enneaedrum.
	10	18	Decagonum decaedrum.
	11	19	Decagonum hendecaedrum.
	12	20	Decagonum dodecaedrum.
	13	21	Decagonum 13edrum.
	14	22	Decagonum 14edrum.
	15	23	Decagonum 15edrum.
	16	24	Decagonum 16edrum.

etc.

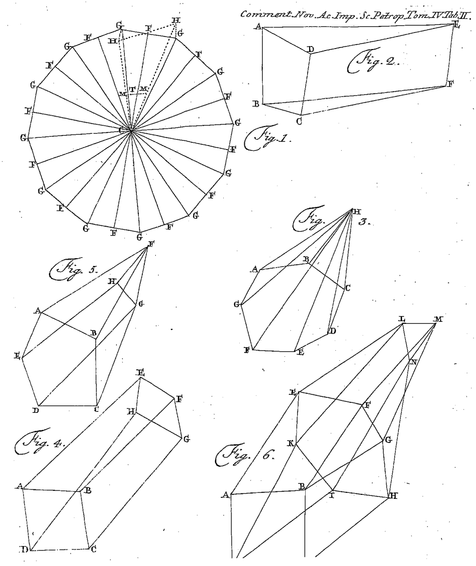
E230

superfluum foret hunc generum solidorum catalogum vlte-



E230

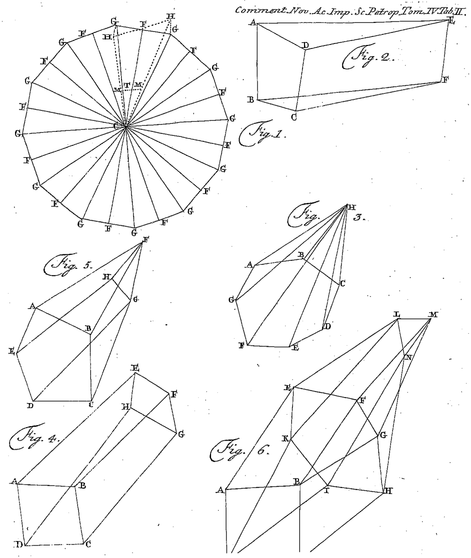
- S : nombre de sommets
- A : nombre d'arêtes
- F : nombre de faces



E230

- S : nombre de sommets
- A : nombre d'arêtes
- F : nombre de faces

[Euler (1751), Legendre (1794)]

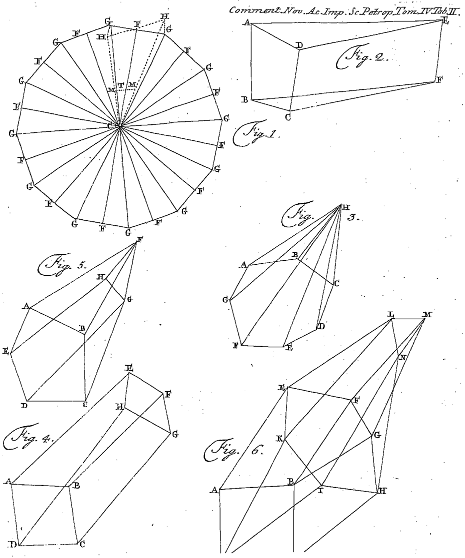


E230

- S : nombre de sommets
- A : nombre d'arêtes
- F : nombre de faces

[Euler (1751), Legendre (1794)]

$$F + S = 2 + A$$



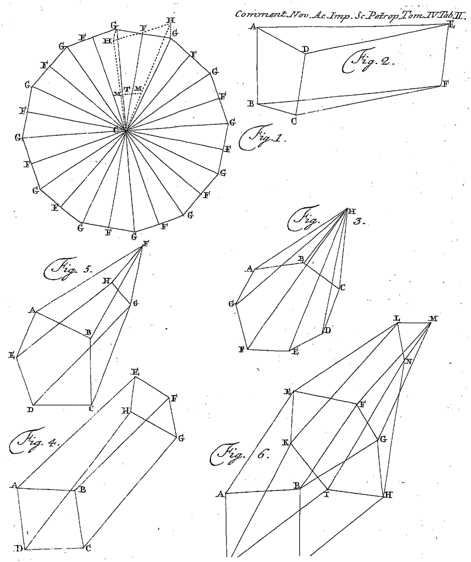
E230

- S : nombre de sommets
- A : nombre d'arêtes
- F : nombre de faces

[Euler (1751), Legendre (1794)]

$$F + S = 2 + A$$

$$F - A + S = 2$$



E230

- S : nombre de sommets
- A : nombre d'arêtes
- F : nombre de faces

[Euler (1751), Legendre (1794)]

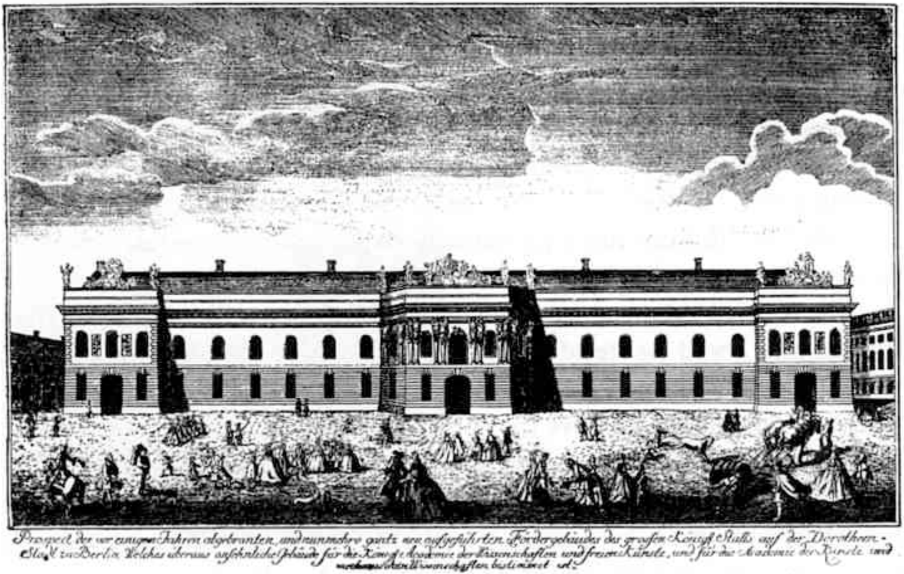
$$F + S = 2 + A$$

$$F - A + S = 2$$

Caractéristique d'Euler-Poincaré

Berlin

1741 – 1766



123. Die Akademie der Wissenschaften. 1752

Nach einem Stiche von Schleuen

FRÉDÉRIC II *Le grand*
1712 – 1786

Euler à 49 ans

Lettres à une princesse d'Allemagne
sur divers sujets de physique & de philosophie

1760-1762 (envoi)
1768-1772 (publication Saint-Pétersbourg)

1-16	Vitesses, propagation du son, musicologie
17-44	Optique
45-79	Gravitation
80-132	Philosophie, logique
133-234	Électricité, magnétisme, optique

Les cercles d'Euler

(*fig.* 59); ou bien de cette manière (*fig.* 60), ou encore (*fig.* 61); d'où l'on a ce syllogisme :

Nul A n'est B;
Or, quelque C est B ou quelque B est C;
Donc, quelque C n'est pas A.

Fig. 59.

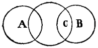


Fig. 60.

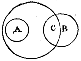


Fig. 61.

Pour les autres formes qui restent encore, quand la première proposition est particulière, ou affirmative, ou négative, je les représenterai l'ordinaire prochain.

17 février 1761.

LETTRE XXXVI.

Sur les différentes formes de syllogismes.

Dans ma lettre précédente, j'ai eu l'honneur de présenter à Votre Altesse plusieurs formes de syllogismes ou raisonnements simples, qui tirent leur origine de la première proposition lorsqu'elle est universelle, affirmative ou négative. Il reste donc à développer encore les syllogismes lorsque la première proposition est supposée particulière, affirmative ou négative, pour avoir toutes les formes possibles de syllogismes qui conduisent à une conclusion sûre.

Soit donc la première proposition affirmative particulière renfermée dans cette forme générale,

Quelque A est B,

où une partie de la notion A est contenue dans la notion B.

Soit maintenant une troisième notion C, qui, étant rapportée à la notion A, ou sera contenue dans la notion A, comme dans les *fig.* 62, 63, 64; ou aura une partie dans la notion A, comme

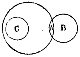


Fig. 62.

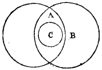


Fig. 63.

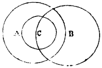


Fig. 64.

(*fig.* 65, 66, 67); ou sera tout entière hors de la notion A, comme

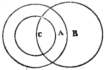


Fig. 65.

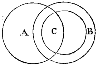


Fig. 66.

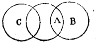


Fig. 67.

(*fig.* 68, 69, 70). Dans tous ces cas, on n'en saurait rien conclure

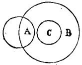


Fig. 68.

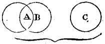


Fig. 69.

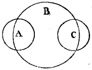


Fig. 70.

puisqu'il serait possible que la notion C fût dans la notion B ou tout entière, ou en partie, ou point du tout.

Mais si la notion C renferme en soi la notion A, il est certain qu'elle aura aussi une portion contenue dans la notion B, comme (*fig.* 71 ou 72); d'où résulte cette forme de syllogisme :

Quelque A est B;
Or, tout A est C;
Donc, quelque C est B.

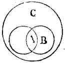


Fig. 71.

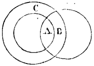


Fig. 72.

Il en est de même lorsqu'on compare la notion C avec la notion B; on ne saurait tirer aucune conclusion, à moins que la notion C ne contienne en soi la notion B tout entière, comme (*fig.* 73 ou 74);

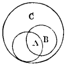


Fig. 73.

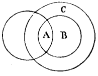


Fig. 74.

Sur le système du monde

LETTRE LIX.

Sur le système du monde.

Pour mieux éclaircir ce que je viens d'exposer sur le mouvement des corps célestes et sur les forces qui en sont la cause, il sera bon de présenter à Votre Altesse (*fig.* 34) le système du monde ou une description des corps célestes qui le composent. D'abord il faut observer que les étoiles fixes sont des corps entièrement semblables au soleil, et luisant d'eux-mêmes, éloignés tant du soleil qu'entre eux par des distances prodigieuses, et dont chacun peut être de la même grandeur que le soleil. J'ai déjà eu l'honneur de dire à Votre Altesse que celle des étoiles fixes, qui est la plus proche de nous, est 400,000 fois plus éloignée de nous que le soleil. Chaque étoile fixe semble être destinée pour échauffer et éclairer un certain nombre de corps opaques, semblables à notre terre et habités aussi sans doute, lesquels se trouvent dans son voisinage, mais que nous ne voyons point à cause de leur prodigieux éloignement. Quoiqu'on ne puisse en être assuré par des observations, on l'infère néanmoins de leur ressemblance avec le soleil, qui sert à échauffer et éclairer notre terre, et même encore quelques autres corps semblables à notre terre, qu'on nomme planètes. On connaît particulièrement six [1] de ces corps qui sont échauffés et éclairés par le soleil. Ces corps ne sont pas en repos, mais chacun d'eux se meut autour du soleil par une route qui diffère peu d'un cercle, et cette route se nomme l'*orbite* de chaque planète. Le soleil lui-même est à peu près en repos, ainsi que toutes les étoiles fixes, le mouvement que nous leur voyons n'étant qu'apparent et causé par le mouvement de la terre.

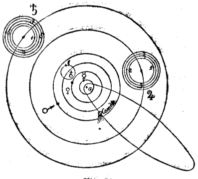


Fig. 34.

1. Voyez la note 2, page 28.

J'ai donc représenté (*fig.* 34) ce qu'on nomme le système solaire, qui renferme tous les corps opaques qui se meuvent autour du soleil, et qui jouissent des mêmes avantages qu'il nous procure. La grande tache que j'ai mise vers le milieu du papier avec le signe ☉, représente le soleil en repos. Autour de lui sont six cercles qui marquent les orbites ou les routes par lesquelles les planètes se meuvent autour du soleil. La planète la plus voisine du soleil est Mercure, marqué par le signe ☿, et la petite tache qui s'y trouve représente le corps de Mercure, qui achève son tour par son orbite autour du soleil en 88 jours environ. Vient ensuite Vénus, marquée par ♀, qui achève ses révolutions autour du soleil en 7 mois environ. Le troisième cercle est notre terre, qui porte le signe ♁, et qui achève ses révolutions autour du soleil dans un an, une année n'étant autre chose que le temps que la terre emploie à parcourir son cercle autour du soleil. Mais pendant que la terre se meut autour du soleil, il y a un autre corps qui se meut lui-même autour de la terre en la suivant dans son orbite, et c'est la lune ☾, dont le cercle ou orbite est représenté dans la figure. Les deux premières planètes ☿ et ♀ n'ont point visiblement de corps qui les accompagnent, non plus que Mars ♂, qui est la quatrième, et qui parcourt son orbite autour du soleil en 2 ans environ. Le cinquième cercle est celui de Jupiter ♃, qui fait sa révolution en 12 ans environ. Autour de lui se meuvent quatre satellites représentés dans la figure, avec leurs orbites, par les nombre 1, 2, 3, 4. Enfin le sixième et dernier cercle est l'orbite de Saturne ♄, qui emploie presque trente ans pour faire sa révolution autour du soleil. Cette planète est accompagnée dans son cours de cinq satellites, marqués par les nombres 1, 2, 3, 4, 5 [1]. C'est ainsi que le système du soleil renferme six planètes principales, Mercure ☿, Vénus ♀, la Terre ♁, Mars ♂, Jupiter ♃, Saturne ♄, et outre cela dix satellites, savoir, la lune, quatre satellites de Jupiter et cinq de Saturne. Ce système contient encore plusieurs comètes, dont le nombre est inconnu. La figure en représente une, dont l'orbite diffère de celle des planètes parce qu'elle est extrêmement allongée, de sorte qu'une comète s'approche tantôt beaucoup du soleil jusqu'à nous, et tantôt s'en éloigne jusqu'à nous devenir tout à fait invisible. Parmi les comètes, on en a remarqué une qui achève ses révolutions dans son orbite en 75 ans environ, et c'est celle qu'on a vue l'année dernière. Pour les autres comètes, il est certain qu'elles mettent plusieurs siècles à parcourir leurs orbites; et comme dans les siècles passés on ne les a pas exactement obser-

1. Voyez la note, page 145.

La querelle Maupertuis-König (1751-1752)

La querelle Maupertuis-König (1751-1752)

Principe
de moindre action

La querelle Maupertuis-König (1751-1752)

Principe
d'économie naturelle

Principe
de moindre action

La querelle Maupertuis-König (1751-1752)

Principe
d'économie naturelle

Principe
de moindre action

Conservation de l'énergie

La querelle Maupertuis-König (1751-1752)

Principe
d'économie naturelle

Principe
de moindre action

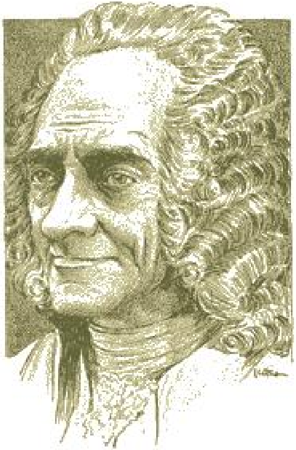
Conservation de l'énergie

La querelle Maupertuis-König (1751-1752)

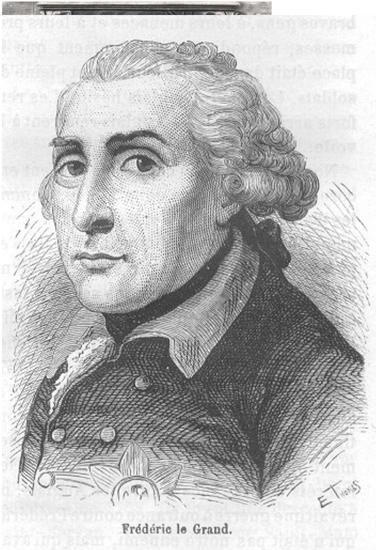
Principe d'économie

Principe de moindr

Conservation de



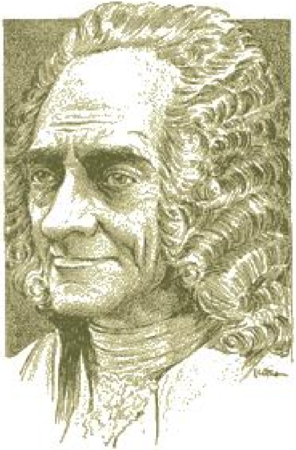
La querelle Maupertuis-König (1751-1752)


Frédéric le Grand.

pe
économie

pe
de moindr

rvation de



legenheit geben. Des Fermatii Einfall, dass jeder numerus $2^{2^{n-1}}+1$ eine seriem numerorum primorum gebe, kann zwar, wie Ew. bereits gezeiget haben, nicht bestehen; es wäre aber schon was Sonderliches, wenn diese series lauter numeros unico modo in duo quadrata divisibiles gäbe. Auf solche Weise will ich auch eine conjecture hazardiren: dass jede Zahl, welche aus zweyen numeris primis zusammengesetzt ist, ein aggregatum so vieler numerorum primorum sey, als man will (die unitatem mit dazu gerechnet), bis auf die congeriem omnium unitatum *); zum Exempel

$$4=\begin{cases}1+3\\1+1+2\\1+1+1+1\end{cases}\qquad 5=\begin{cases}2+3\\1+1+3\\1+1+1+2\\1+1+1+1+1\end{cases}$$

$$6=\begin{cases}1+5\\1+2+3\\1+1+1+3\\1+1+1+1+2\\1+1+1+1+1+1\end{cases}\quad \text{etc.}$$

C. Goldbach à L. Euler – 7 juin 1742

legenheit geben. Des Fermatii Einfall, dass jeder numerus $2^{2^{n-1}}+1$ eine seriem numerorum primorum gebe, kann zwar, wie Ew. bereits gezeiget haben, nicht bestehen; es wäre aber schon was Sonderliches, wenn diese series lauter numeros unico modo in duo quadrata divisibiles gäbe. Auf solche Weise will ich auch eine conjecture hazardiren: dass jede Zahl, welche aus zweyen numeris primis zusammengesetzt ist, ein aggregatum so vieler numerorum primorum sey, als man will (die unitatem mit dazu gerechnet), bis auf die congeriem omnium unitatum *); zum Exempel

$$4=\begin{cases}1+3\\1+1+2\\1+1+1+1\end{cases}\qquad 5=\begin{cases}2+3\\1+1+3\\1+1+1+2\\1+1+1+1+1\end{cases}$$

$$6=\begin{cases}1+5\\1+2+3\\1+1+1+3\\1+1+1+1+2\\1+1+1+1+1+1\end{cases}\quad \text{etc.}$$

Conjecture de Goldbach

Tout nombre pair est somme de deux premiers.

Conjecture de Goldbach Tout nombre pair $2K \geq 4$ est somme de deux premiers : $2K = P_1 + P_2$.

Conjecture faible de Goldbach Tout nombre impair $2K + 1 \geq 9$ est somme de trois premiers : $2K + 1 = P_1 + P_2 + P_3$

La conjecture ternaire est prouvée par Harald Helfgott (2013), dans le prolongement des travaux de P. Vinogradov (assez grand, 1937), O. Ramaré (7, 1995) and T. Tao (5, 2012).

En 1729, C. Goldbach demande à L. Euler si les nombres de Fermat $F_n = 2^{2^n} + 1$ sont premiers :

culum quem vocant integralem accomodavi. Vale.

Goldbach.

P. S. Notane Tibi est Fermatii observatio omnes numeros hujus formulae $2^{2^{x-1}} + 1$, nempe 3, 5, 17, etc. esse primos, quam tamen ipse fatebatur se demonstrare non posse, et post eum nemo, quod sciam, demonstravit.

$$F_1 = 5, F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537, F_5 = 4\ 294\ 967\ 297, \ldots$$

Euler (1732)

$$F_5 = 641 * 6\ 700\ 417$$

En 1729, C. Goldbach demande à L. Euler si les nombres de Fermat $F_n = 2^{2^n} + 1$ sont premiers :

culum quem vocant integralem accomodavi. Vale.

Goldbach.

P. S. Notane Tibi est Fermatii observatio omnes numeros hujus formulae $2^{2^{x-1}} + 1$, nempe 3, 5, 17, etc. esse primos, quam tamen ipse fatebatur se demonstrare non posse, et post eum nemo, quod sciam, demonstravit.

$$F_1 = 5, F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537, F_5 = 4\ 294\ 967\ 297, \ldots$$

Euler (1732)

$$F_5 = 641 * 6\ 700\ 417$$

$F_9 =$1 238 926 361 552 897 $*$

93 461 639 715 357 977 769 163 558 199 606 896 584 051

237 541 638 188 580 280 321,

En 1729, C. Goldbach demande à L. Euler si les nombres de Fermat $F_n = 2^{2^n} + 1$ sont premiers :

culum quem vocant integralem accomodavi. Vale.

Goldbach.

P. S. Notane Tibi est Fermatii observatio omnes numeros hujus formulae $2^{2^{x-1}} + 1$, nempe 3, 5, 17, etc. esse primos, quam tamen ipse fatebatur se demonstrare non posse, et post eum nemo, quod sciam, demonstravit.

$$F_1 = 5, F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537, F_5 = 4\ 294\ 967\ 297, \ldots$$

Euler (1732)

$$F_5 = 641 * 6\ 700\ 417$$

$$\begin{aligned} F_9 = {} & 1\ 238\ 926\ 361\ 552\ 897 * \\ & 93\ 461\ 639\ 715\ 357\ 977\ 769\ 163\ 558\ 199\ 606\ 896\ 584\ 051 \\ & 237\ 541\ 638\ 188\ 580\ 280\ 321, \end{aligned}$$

Retour à Saint-Pétersbourg

1766 – 1783

CATHERINE II *La grande*
1729 – 1796

Euler à 71 ans

INTRODUCTIO

IN ANALYSIN

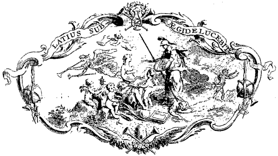
INFINITORUM.

AUCTORE

LEONHARDO EULERO,

Professore Regio BEROLINENSI, & *Academiæ Imperialis Scientiarum* PETROPOLITANÆ *Socio.*

TOMUS PRIMUS.



LAUSANNÆ,

Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & Socios.

MDCCXLVIII.

E101

INSTITUTIONES

CALCULI

DIFFERENTIALIS

CUM EIUS USU

IN ANALYSI FINITORUM

AC

DOCTRINA SERIERUM

AUCTORE

LEONARDO EULERO

ACAD. REG. SCIENT. ET ELEG. LITT. BORUSS. DIRECTORE
PROF. HONOR. ACAD. IMP. SCIENT. PETROP.
ET ACADEMIARUM REGIARUM PARISINAE
ET LONDINENSIS SOCIO.

TICINI

IN TYPOGRAPHEO PETRI GALEATII

Superiorum permissu.

1787.

E212

Vollständige Anleitung zur Algebra [**E387**]

Le calcul différentiel et intégral

- Notations : e, π, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$, $\sum$, $\sin x$, $\operatorname{tg} x$, $\cos x$, $f(x)$
- Concept de fonction
- Sommation de séries
- Les fonctions eulériennes Γ, B,...

Les *constantes eulériennes*

$$e = 2.7182818284\ldots, \quad \pi = 3.1415926535\ldots, \quad \gamma = 0.5772156649\ldots$$

Les *constantes eulériennes*

$$e = 2.7182818284\ldots, \quad \pi = 3.1415926535\ldots, \quad \gamma = 0.5772156649\ldots$$

$$\mathrm{e} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Les *constantes eulériennes*

$$e = 2.7182818284\ldots, \quad \pi = 3.1415926535\ldots, \quad \gamma = 0.5772156649\ldots$$

$$\mathrm{e} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

$$\mathrm{i}^2 = -1, \quad \mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} + 1 = 0$$

Les *constantes eulériennes*

$$e = 2.7182818284\ldots, \quad \pi = 3.1415926535\ldots, \quad \gamma = 0.5772156649\ldots$$

$$\mathrm{e} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$$

$$\mathrm{i}^2 = -1, \quad \mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} + 1 = 0$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} = \cos\varphi + \mathrm{i}\sin\varphi, \quad \cos\varphi = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}}{2\mathrm{i}}$$

Les *constantes eulériennes*

$$e = 2.7182818284\ldots, \quad \pi = 3.1415926535\ldots, \quad \gamma = 0.5772156649\ldots$$

$$\mathrm{e} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$$

$$\mathrm{i}^2 = -1, \quad \mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} + 1 = 0$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} = \cos\varphi + \mathrm{i}\sin\varphi, \quad \cos\varphi = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}}{2\mathrm{i}}$$

$$\gamma = \lim_{n\to\infty}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{n}-\log n\right]$$

Problème de Bâle 1734, posé par Jakob Bernoulli en 1689

E041 De summis serierum reciprocarum

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{k^2} + \ldots$$

Problème de Bâle 1734, posé par Jakob Bernoulli en 1689

E041 De summis serierum reciprocarum

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{k^2} + \ldots \simeq 1.6449449340668482\,26\ldots$$

Problème de Bâle 1734, posé par Jakob Bernoulli en 1689

E041 De summis serierum reciprocarum

$$\begin{aligned}1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{k^2}+\ldots &\simeq 1.6449449340668482\,26\ldots\\ &=(\log 2)^2+2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\ldots+\frac{1}{k^2 2^k}+\ldots\right)\end{aligned}$$

Problème de Bâle 1734, posé par Jakob Bernoulli en 1689

E041 De summis serierum reciprocarum

$$
\begin{aligned}
1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{k^2}+\ldots &\simeq 1.6449449340668482 26\ldots \\
&= (\log 2)^2 + 2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\ldots+\frac{1}{k^2 2^k}+\ldots\right) \\
&= \frac{\pi^2}{6}
\end{aligned}
$$

Problème de Bâle 1734, posé par Jakob Bernoulli en 1689

E041 De summis serierum reciprocarum

$$
\begin{aligned}
1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{k^2}+\ldots &\simeq 1.6449449340668482 26\ldots \\
&= (\log 2)^2 + 2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\ldots+\frac{1}{k^2 2^k}+\ldots\right) \\
&= \frac{\pi^2}{6}
\end{aligned}
$$

n	$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2}$	ε	$(\log 2)^2+2\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2^k k^2}$	ε
5	1.4636111111111112	1.81×10-1	1.643543291695979	1.39×10-03
10	1.5497677311665408	9.15×10-2	1.644920051673697	1.40×10-05
20	1.5961632439130233	4.87×10-2	1.644934062865116	3.98×10-09
40	1.6202439630069352	2.47×10-2	1.644934066848226	8.88×10-16
100	1.6349839001848923	9.95×10-3	1.6449340668482264	0
∞	1.6449340668482264	0	1.6449340668482264	0

Problème de Bâle 1734, posé par Jakob Bernoulli en 1689

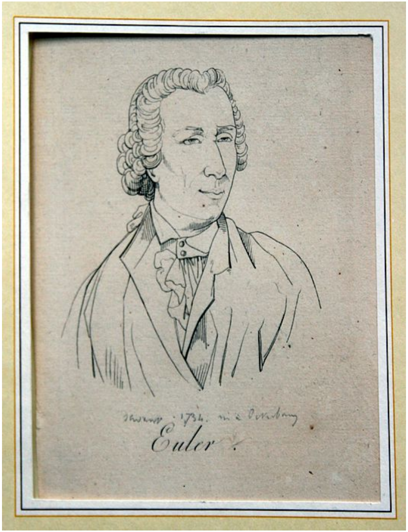
E041 De summis serierum reciprocarum

$$
\begin{aligned}
1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{k^2}+\ldots &\simeq 1.6449449340668482226\ldots \\
&= (\log 2)^2 + 2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\ldots+\frac{1}{k^2 2^k}+\ldots\right) \\
&= \frac{\pi^2}{6}
\end{aligned}
$$

n	$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2}$	ε	$(\log 2)^2+2\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2^k k^2}$	ε
5	1.4636111111111112	$1.81\times$10-1	1.643543291695979	$1.39\times$10-03
10	1.5497677311665408	$9.15\times$10-2	1.644920051673697	$1.40\times$10-05
20	1.5961632439130233	$4.87\times$10-2	1.644934062865116	$3.98\times$10-09
40	1.6202439630069352	$2.47\times$10-2	1.644934066848226	$8.88\times$10-16
100	1.6349839001848923	$9.95\times$10-3	1.6449340668482264	0
∞	1.6449340668482264	0	1.6449340668482264	0

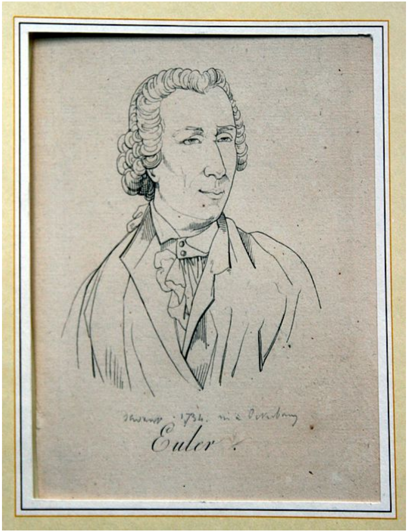
$$
\frac{\sin x}{x} = 1-\frac{x^2}{6}+\frac{x^4}{120}+\ldots+\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}+\ldots = \prod_{k=1}^{\infty}\left[1-\frac{x^2}{k^2\pi^2}\right]
$$


LEONHARD EULER
1707–1783
MATHEMATIKER, PHYSIKER,
INGENIEUR, ASTRONOM UND
PHILOSOPH, VERBRACHTE IN
RIEHEN SEINE JUGENDJAHRE.
ER WAR EIN GROSSER GELEHR-
TER UND EIN GÜTIGER
MENSCH.



... il cessa de calculer et de vivre

NICOLAS DE CONDORCET



. . . il cessa de calculer et de vivre
NICOLAS DE CONDORCET

Lisez Euler, lisez Euler, il est le Maître de nous tous
PIERRE SIMON LAPLACE