L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Géométrie en remplacement de M. *H. Lebesgue* décédé.

Le nombre de votants étant 41, le scrutin donne les résultats suivants :

M. Arnaud Denjoy	obtient	21 suffrages
M. René Garnier	»	16 »
M. Maurice Fréchet	»	2 »

Il y a 1 bulletin blanc et 1 bulletin nul.

M. **Arnaud Denjoy**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

P. et N. Bonnet, *Atlas de géologie transcaucasienne.*

TOPOLOGIE. — *Transformations et homéomorphies dans les espaces topologiques.* Note [1] de M. **Jean Leray**, présentée par M. Henri Villat.

1. Envisageons une équation du type déjà étudié [2]

$$x = \xi[\tau(x), y]. \tag{1}$$

Supposons que l'inverse $\varphi(x)$ de sa résolvante absolue soit une transformation *univoque et continue*. Supposons en outre que l'espace Y possède un système de voisinages convexes. Soit D un ensemble ouvert de points de X. On peut attacher à chacune des composantes de l'ensemble ouvert $X - \varphi(\dot{D})$ un entier $d \gtrless 0$ tel que, pour tout cycle continu y_p appartenant à cette composante,

$$\varphi[\Phi(D, y_p)] = dy_p; \tag{2}$$

d sera nommé *degré* de $\varphi(D)$ sur cette composante.

On déduit aisément des propriétés de la résolvante algébrique celles de ce degré, qui sont analogues à celles du degré topologique de M. Brouwer. Mais, alors que la définition de M. Brouwer repose sur des hypothèses d'orientabilité et qu'une modification de l'orientation change le signe du degré de M. Brouwer, c'est sur l'hypothèse que $\varphi(x)$ est l'inverse de la résolvante d'une équation (1) que repose notre définition, et la valeur du degré d'une transformation φ donnée dépend du choix de cette équation (1).

Cas particulier. — Adjoignons aux hypothèses précédentes les suivantes :

---

(1) Séance du 4 mai 1942.

(2) *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 839.

X et Y sont deux espaces de Hausdorff bicompacts, connexes, possédant un système de voisinages convexes; le groupe d'homologie supérieur de X contient un élément X^N multiple de tous les éléments de base de ce groupe; il existe dans Y aussi un tel cycle, de même dimension, Y^N. Soient x_N et y_N les cycles continus de X et Y qui sont tels que $X^N . x_N = x_0$, $Y_N . y_N = y_0$; δ et δ' étant les entiers que définissent les relations

$$\xi(t_0, y_N) = \delta x_N, \quad \varphi(x_N) = \delta' y_N,$$

le degré de $\varphi(X)$ sur Y est $\delta\delta'$ et, s'il diffère de zéro,

$$\Phi\left(X, \frac{Y^p}{Y^N}\right) = \frac{\delta \varphi^{-1}(Y^p)}{X^N}.$$

2. *Éliminer* x' entre les deux équations du type étudié

(1′) $$x = \xi'[\tau'(x), x']$$

et

(1″) $$x' = \xi''[\tau''(x'), x''], \quad (x \in X, x' \in X', x'' \in X'');$$

lorsque l'inverse de la résolvante de la première est la transformation *univoque et continue* $\varphi'(x)$, c'est construire l'équation du même type

(3) $$x = \xi'\{\tau'(x), \xi''[\tau''(\varphi'(x)), x'']\};$$

Φ' et Φ'' étant les résolvantes algébriques de (1′) et (1″), celle de (3) est

(4) $$\Phi(D, x''_p) = \Phi'\{D, \Phi''[X' - \varphi'(\dot{D}), x''_p]\}.$$

Il peut s'agir de résolvantes prolongées, T′ et T″ étant des espaces simples, $\varphi'(x)$ n'étant supposée univoque et continue que sur $\dot{D}$.

3. Soient deux espaces topologiques, X et X′, et une famille T de transformations topologiques t de X sur X′ ($x' = tx$, $x = t^{-1}x'$). Nous supposerons que T *est un espace de Hausdorff bicompact, connexe, possédant un système de voisinages convexes*. Soit, entre deux ensembles F et F′ de points de X et X′, une correspondance *biunivoque* $x'(x)$ définie par une relation du type $x' = t(x)x$, où $t(x)$ est une transformation continue de F dans T; *si* F *est fermé*, F′ *est nécessairement fermé et la correspondance* $x'(x)$ *est nécessairement bicontinue;* nous dirons alors qu'elle constitue une *homéomorphie stricte* entre les deux ensembles F et F′ de points de X et X′.

Supposons que chacun des espaces X et X′ possède un système de voisinages strictement connexes; alors *toute homéomorphie stricte entre deux ensembles fermés* F *et* F′ *de points de* X *et* X′ *fait se correspondre les points intérieurs à ces ensembles; en ces points cette homéomorphie a le degré* $+1$ *ou* -1. (Généralisation du théorème d'invariance du domaine de M. Brouwer.)

Si deux ensembles fermés F *et* F′ *de points de deux espaces topologiques* X *et* X′ *sont trictement homéomorphes et si* T *est simple, alors les groupes d'homologie continue de* X — F *et* X′ — F′ *sont isomorphes.*

Ces deux propositions résultent immédiatement de l'application de la formule (4) aux résolvantes prolongées des deux équations

$$x = t(x)^{-1}x', \qquad x' = t'(x')x, \qquad \text{où} \quad t'(x') = t\big(x(x')\big),$$

compte tenu du fait suivant : le résultat de l'élimination de x ou de x' entre ces deux équations est l'identité.

Ces deux propositions ont jadis été établies, dans le cas où les t sont des translations, X et Y étant des espaces linéaires de Banach : la première par M. Schauder (³) la seconde par moi-même (⁴). J'avais prévu dès ce moment l'existence d'énoncés de la nature de ceux qui précèdent; c'est la recherche de ces énoncés qui m'a conduit aux notions qu'exposent cette Note et mes trois Notes précédentes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Extension de la formule de Riemann aux intégrales non linéaires.* Note (¹) de M. **Jean Challier**, présentée par M. Paul Montel.

Dans la formule classique de Riemann

$$(1) \qquad \int_C X\,dx + Y\,dy = \iint_D \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) dx\,dy,$$

l'intégrale curviligne est linéaire, c'est-à-dire que son élément est une forme linéaire des différentielles dx, dy.

Soit l'intégrale non linéaire

$$I = \int_C f(x, y, dx, dy),$$

C étant un contour fermé défini par des fonctions dérivables x, y d'un paramètre et f une fonction, homogène et du premier degré par rapport aux différentielles dx, dy, donc telle que

$$(2) \qquad f = \frac{\partial f}{\partial\, dx}\,dx + \frac{\partial f}{\partial\, dy}\,dy,$$

en outre, continue et dérivable jusqu'au second ordre par rapport à l'ensemble des variables dans toute la région du plan occupée par C et D.

Faisons varier d'une manière continue un arc de courbe Γ continue et dérivable, dont les extrémités A et B décrivent deux arcs C_A et C_B de C.

La variation de l'intégrale

$$J = \int_\Gamma f$$

(³) *Studia math.*, 1, 1929, p. 123; *Math. Annalen*, 106, 1932, p. 661.

(⁴) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1082; Séminaire de M. Julia, 1935-1936.

(¹) Séance du 4 mai 1942.