orientés et leurs intervalles sont remplis par du verre incolore où fourmillent de petites bulles gazeuses parfaitement sphériques.

L'aspect macroscopique de cette *enclave* avait fait penser tout d'abord qu'elle était une obsidienne du genre de celles qui se rencontrent dans plusieurs îles volcaniques de l'archipel. L'examen microscopique a mis en évidence sa véritable nature, mais il était nécessaire d'avoir une confirmation chimique. Elle est fournie par une analyse sommaire faite par Mlle Caillère qui a trouvé les résultats suivants :

SiO_2	79,54	Quartz	52,98
Al_2O_3	6,51	Or	16,12
Fe_2O_3	1,56	Ab	13,10
FeO	0,70	An	2,78
MgO	3,35		
CaO	1,01	$CaSiO_3$	0,93
Na_2O	1,56	$MgSiO_3$	8,40
K_2O	2,72	$FeSiO_3$	0,92
TiO_2	1,42	Ilm	0,46
$H_2O^{\pm}$	1,24	Pseudobrookite	1,40
	99,61		
		Or/plag	0,10
		An	17%
		Σb	12,1

Pseudobrookite $= 2Fe_2O_3, 3TiO_2$.

Il faut donc admettre que cette enclave est le résultat de la fusion complète d'une roche essentiellement quartzique; la présence de l'enstatite montre que celle-ci était magnésienne, un peu ferrugineuse, avec un peu de titane. Une telle roche devait être d'origine sédimentaire, mais celle-ci n'est pas connue dans l'île, où les seuls sédiments rencontrés sont des calcaires coralliens. Malheureusement, à l'exception du volcan actif, cette île, dont la constitution géologique et lithologique paraît devoir être d'un très vif intérêt, est actuellement peu connue.

TOPOLOGIE. — *Sur l'anneau d'homologie de l'espace homogène, quotient d'un groupe clos par un sous-groupe abélien, connexe, maximum.* Note [1] de M. **Jean Leray**.

1. Soit $E^* = E/F$ *l'espace homogène* quotient d'un groupe de Lie clos E par un sous-groupe fermé F et soit π la projection de chaque classe de E suivant F sur le point correspondant de E^*; supposons E *et* F *de même rang*; MM. H. Hopf et H. Samelson ont prouvé [2] que la caractéristique d'Euler de E^* est alors

[1] Séance du 26 août 1946.

[2] *Comment. math. helv.*, 13, 1940, p. 248.

positive; on peut en déduire [3] que, Z^{*p} étant une classe d'homologie [4] de E^*,

$$\overset{-1}{\pi}(Z^{*p}) \sim 0, \qquad \text{si } p > 0. \tag{1.1}$$

2. *Soit* A_l *le groupe linéaire unimodulaire d'une forme d'Hermite définie positive à* $l+1$ *variables;* rappelons [5] que l'anneau d'homologie de A_l est engendré par l classes d'homologie indépendantes

$$Z^{2m+1} \qquad (m = 1, 2, \ldots, l). \tag{2.1}$$

Soit T_l un sous-groupe abélien, connexe, maximum de A_l; rappelons que l'anneau d'homologie de T_l est engendré par $l+1$ classes d'homologie à une dimension

$$z^{1;\alpha} \quad (\alpha = 0, 1, 2, \ldots, l) \text{ que lie la relation } \sum_\alpha z^{1;\alpha} \sim 0 \tag{2.2}$$

et que permutent [6] les automorphismes internes de A_l laissant T_l fixe. Rappelons enfin [7] que l'anneau d'homologie de la projection π de A_l sur $A_l^* = A_l/T_l$ est le produit direct des anneaux d'homologie de T_l et de A_l^*. Les formules (1.1), (2.1) et l'étude des homomorphismes Δ_r et Γ, qui caractérisent la structure de l'anneau d'homologie de π, conduisent à la proposition suivante: *L'anneau d'homologie de l'espace homogène* $A_l^* = A_l/T_l$ *est engendré par les* $l+1$ *classes d'homologie de dimension deux*

$$Z^{*2;\alpha} \qquad (\alpha = 0, 1, \ldots, l) \tag{2.3}$$

que lient les relations

$$\sum_{0 \leq \alpha \leq l} (Z^{*2;\alpha})^m \sim 0 \qquad (m = 1, 2, \ldots, l+1) \tag{2.4}$$

et que permutent les automorphismes internes de A_l *laissant* T_l *fixe; les homomorphismes* Δ_r et Γ *sont définis par les formules* (2.5) *et* (2.6), *où* z^0 *et* Z^{*0} *désignent les classes d'homologie unité de* T_l *et de* A_l^*,

$$\Delta_1(z^{1;\alpha}Z^{*0}) \sim z^0 Z^{*2;\alpha}; \qquad \Delta_r \sim 0, \qquad \text{si } r > 1; \tag{2.5}$$

$$\Gamma\left(\sum_\alpha z^{1;\alpha}(Z^{*2;\alpha})^m\right) \sim Z^{2m+1} (m = 1, \ldots, l); \; (l+1)\Gamma\left(z^{1;\alpha}(Z^{*2;\alpha})^l\right) \sim Z^{2l+1}. \tag{2.6}$$

---

(3) En utilisant les travaux suivants : H. Hopf, *Ann. of Math.*, **42**, 1941, p. 22; H. Samelson, *ibid.*, **42**, 1941, p. 1000.

(4) Nous nommons *classe d'homologie* ce que la plupart des auteurs nomment *classe de cohomologie.*

(5) L. Pontrjagin, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1277; R. Brauer, *ibid.*, **201**, 1935, p. 419; C. Ehresmann, *ibid.*, **208**, 1939, pp. 321 et 1263; H. Samelson, *loc. cit.*

(6) E. Stiefel, *Comm. math. helv.*, **14**, 1941, p. 350; H. Hopf, *ibid.*, **15**, 1942, p. 59.

(7) Trois Notes antérieures introduisent la notion d'anneau d'homologie d'une représentation (*Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 1366 et 1419; **223**, 1946, p. 395).

La démonstration consiste essentiellement à vérifier que (2.6) définit effectivement l'homomorphisme $\Gamma\left(\sum_\beta z^{p;\beta} Z^{*q;\beta}\right)$ sur tout le noyau de Δ_l; cette démonstration est donc de nature algébrique; elle utilise diverses conséquences remarquables de (2.4):

Toute classe d'homologie de A_l^* est une combinaison linéaire unique des monomes

$$\prod_\alpha (Z^{*2;\alpha})^{s_\alpha}, \qquad \text{où } s_\alpha \leqq \alpha;$$

le polynome de Poincaré ([8]) de A_l^* est donc

$$(1+t^3)(1+t^2+t^4)\ldots(1+t^2+t^4+\ldots+t^{2l}); \tag{2.7}$$

la dimension de A_l^* est $l(l+1)$ et, quand $2\sum_\alpha s_\alpha = l(l+1)$, l'expression $\prod_\alpha (Z^{*2;\alpha})^{s_\alpha}$ est nulle, sauf si les s_α constituent une permutation des nombres $(0, 1, \ldots, l)$, cette expression prenant une même valeur pour les permutations paires et la valeur opposée pour les permutations impaires

$$(Z^{*2;\alpha})^{l+1} \sim 0; \qquad (Z^{*2;l})^l \sim (-1)^l Z^{*2;0}.Z^{*2;1}.\ldots.Z^{*2;l-1} \not\sim 0;$$
$$(Z^{*2;\alpha})^l + (Z^{*2;\alpha})^{l-1}.Z^{*2;\beta} + (Z^{*2;\alpha})^{l-2}.(Z^{*2;\beta})^2 + \ldots + (Z^{*2;\beta})^l \sim 0, \qquad \text{si } \alpha \neq \beta;$$

l'annulateur de $(Z^{*2;\alpha})^s$ est l'ensemble des multiples de $(Z^{*2;\alpha})^{l+1-s}$; l'annulateur de $Z^{*2;0}.Z^{*2;1}.\ldots.Z^{*2;\alpha}$ est l'ensemble des multiples de $Z^{*2;\alpha+1}.Z^{*2;\alpha+2}.\ldots.Z^{*2;l}$.

3. *Soient* B_l *le groupe orthogonal de* $2l+1$ *variables réelles et* C_l *le groupe des matrices orthogonales de rang* l *dont les éléments sont des quaternions;* quand on substitue B_l ou C_l à A_l, le n° 2 subsiste à de légères modifications près : (2.5) n'est pas changé, les autres formules numérotées devenant

$$Z^{4m-1} \qquad (m = 1, 2, \ldots, l); \tag{3.1}$$
$$z^{1;\alpha} \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, l); \tag{3.2}$$
$$Z^{*2;\alpha} \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, l); \tag{3.3}$$
$$\sum_{1\leqq\alpha\leqq l} (Z^{*2;\alpha})^{2m} \sim 0 \qquad (m = 1, 2, \ldots, l); \tag{3.4}$$
$$\left\{\begin{aligned} &\Gamma\left(\sum_\alpha z^{1;\alpha}(Z^{*2;\alpha})^{2m-1}\right) \sim Z^{4m-1} \qquad (m = 1, 2, \ldots, l),\\ &l\Gamma\left(z^{1;\alpha}(Z^{*2;\alpha})^{2l-1}\right) \sim Z^{4l-1};\end{aligned}\right. \tag{3.6}$$
$$(1+t^2)(1+t^2+t^4+t^6)\ldots(1+t^2+t^4+\ldots+t^{4l-2}). \tag{3.7}$$

([8]) M. de Siebenthal m'a récemment communiqué les expressions des polynomes de Poincaré (2.7), (3.7) et (4.7); la détermination de (2.7) avait été amorcée par M. C. Ehresmann, *Ann. of math.*, 35, 1934, p. 441 (n^{os} 20 et 21).

Les automorphismes internes permutent les $z^{1;\alpha}$ et les $Z^{\star 2;\alpha}$ ou multiplient par — 1 certaines de ces classes.

4. *Soit* D_l *le groupe orthogonal de* $2l$ *variables réelles;* on retrouve (2.5), (3.2) et (3.3), les autres formules devenant

$$(4.1)\qquad Z^{4m-1}\quad (m=1, 2, \ldots, l-1)\qquad \text{et}\qquad Z'^{2l-1};$$

$$(4.4)\qquad \sum_{1\leqq\alpha\leqq l}(Z^{\star 2;\alpha})^{2m}\sim 0\quad (m=1, 2, \ldots, l-1)\qquad \text{et}\qquad Z^{\star 2;1}.Z^{\star 2;2}\ldots .Z^{\star 2;l}\sim 0;$$

$$(4.6)\qquad \begin{cases} \Gamma\left(\sum_{\alpha} z^{1;\alpha}(Z^{\star 2;\alpha})^{2m-1}\right)\sim Z^{4m-1}\quad (m=1, 2, \ldots, l-1),\\ \Gamma(z^{1;1}Z^{\star 2;2}.Z^{\star 2;3}.\ldots.Z^{\star 2;l})\sim \Gamma(z^{1;2}Z^{\star 2;1}.Z^{\star 2;3}.\ldots.Z^{\star 2;l})\sim Z'^{2l-1};\end{cases}$$

$$(4.7)\qquad (1+t^2+t^4+\ldots+t^{2l-2})(1+t^2)(1+t^2+t^4+t^6)\ldots(1+t^2+t^4+\ldots+t^{4l-6}).$$

Les automorphismes internes permutent les $z^{1;\alpha}$ et les $Z^{\star 2;\alpha}$ ou multiplient par — 1 un nombre pair de ces classes.

NOMINATIONS.

M. le **Maire de la Ville de Beaugency** invite l'Académie à déléguer un de ses Membres à la Cérémonie qui aura lieu en cette ville, le 29 septembre, pour commémorer le *deuxième centenaire* de la naissance de Jacques Charles.

M. **Albert Portevin** est désigné.

M. le **Commissaire général du III^e Congrès de l'Organisation française**, qui se tiendra au Conservatoire national des Arts et Métiers du 16 au 19 septembre, invite l'Académie à se faire représenter à ce Congrès.

MM. **Albert Caquot** et **Albert Pérard** sont désignés.

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les dérivées des fonctions partout dérivables.* Note [1] de M. **Zygmunt Zahorski**, présentée par M. Armand Denjoy.

Lorsque l'ensemble E du type F_σ n'est pas vide, je dis qu'il satisfait à la condition W_0 lorsque tout $x\in E$ est un point bilatéral d'accumulation de E; à la condition W_1 lorsque tout $x\in E$ est un point bilatéral de condensation de E; à la condition W_2 lorsque tout voisinage de tout $x\in E$ renferme une partie de E de mesure non nulle; à la condition W_3 lorsqu'il existe une suite d'ensembles fermés $\{F_n\}$ et une suite de nombres $\{\eta_n\}$, avec $0\leqq\eta_n<1$, tels que $E=\sum_{n=1}^{\infty}F_n$, et que, pour tout $x\in F_n$ et tout $c>0$ il existe $\varepsilon(x, c)>0$, jouissant de la propriété suivante : pour tous h et h_1, tels que

(1) Séance du 12 août 1946.