ravant, du sérum de cheval. L'enregistrement de la pression dans les vaisseaux de la patte perfusée renseigne sur leur état de tonus. L'injection intraveineuse de 10^{cm^3} de sérum de cheval au chien B détermine, en même temps qu'une hypotension marquée chez B, une vasodilatation importante au niveau de la patte perfusée du chien A, non sensibilisé. Il s'agit là d'une vasodilatation d'origine humorale, liée au passage dans la circulation d'une substance vasodilatatrice.

Il en résulte qu'au cours du choc anaphylactique chez le Chien, le sang acquiert un pouvoir bronchoconstricteur et vasodilatateur. Le bronchospasme anaphylactique chez le Chien est entièrement d'origine humorale; il est difficile de dire dans quelle mesure le passage d'une substance vasodilatatrice dans le sang suffit à expliquer l'hypotension anaphylactique. Il est vraisemblable que la vasodilatation et le bronchospasme dépendent tous les deux de la même substance, libérée au cours du choc anaphylactique.

Conclusion. — Le choc anaphylactique chez le Chien s'accompagne du passage dans la circulation d'une substance bronchoconstrictrice et vasodilatatrice.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Extension de la théorie de Prandtl à une aile de grand allongement, mais de forme quelconque* (¹). Note (²) de M. **Jean Leray**.

Dans un courant, qui à l'infini est uniforme et de vitesse $\overrightarrow{V_\infty}$, envisageons une aile dont la profondeur est faible relativement à l'envergure, mais dont le bord de fuite L a une forme arbitraire. Supposons que le sillage de cette aile se réduise à une nappe : soit $\Gamma(\sigma)$ la circulation de la vitesse autour d'une section de l'aile coupant L au point d'abscisse curviligne σ; le segment $(\sigma, \sigma + d\sigma)$ de L est l'origine d'une bande tourbillonnaire, parallèle à $\overrightarrow{V_\infty}$ et d'intensité $d\Gamma$. Il s'agit de déterminer $\Gamma(\sigma)$.

Utilisons des axes $Oxyz$ tels que Ox soit parallèle à $\overrightarrow{V_\infty}$. Dans le plan perpendiculaire à L au point M d'abscisse curviligne σ, utilisons des axes $M\xi\eta$ tels que $M\eta$ soit perpendiculaire à L et à $\overrightarrow{V_\infty}$ et que $M\xi$ fasse un angle aigu avec $\overrightarrow{V_\infty}$; $M\xi$ sera donc tangent à la nappe tourbillonnaire. Soit D_∞ (et D_L) le domaine que constituent les points dont la distance à l'aile est grande par rapport à sa profondeur (petite par rapport à son envergure); D_∞ et D_L recouvrent tout l'espace; soit d le domaine que constituent les points appartenant à la fois à D_∞ et à D_L. Dans D_L nous utiliserons les coordonnées (ξ, η, σ) et nous nommerons (u, v, w) les projections de la vitesse sur $M\xi$, $M\eta$ et la tangente à L en M.

(¹) Pour la bibliographie voir la *Thèse* de M. Jean Legras et sa Communication au *VI*ᵉ *Congrès international de Mécanique appliquée* (sous presse).

(²) Séance du 14 octobre 1946.

La section de l'aile par le plan $M\xi\eta$ est un profil $P(\sigma)$; soient $t(\sigma)$ sa profondeur, $k(\sigma)$ son coefficient de portance, $\beta(\sigma)$ l'angle de son premier axe avec $M\xi$; soit $\alpha(\sigma)$ l'angle que L fait avec $\overrightarrow{V_\infty}$.

Supposons $\Gamma(\sigma)$ connu; les formules de Poincaré donnent une expression de la vitesse qui vaut dans D_∞ et qui, en un point (ξ, η, σ) de d, devient [3], en posant $\zeta = \xi + i\eta$,

$$(1) \qquad u - iv = -\frac{i\Gamma(\sigma)}{2\pi\zeta} + \frac{i}{2\pi}\frac{d\Gamma(\sigma)}{d\sigma}\operatorname{cotg}\alpha(\sigma)\log\left(-\frac{\zeta}{a}\right) + W_\xi(\sigma) - iW_\eta(\sigma),$$

$$(2) \qquad w = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Gamma(\sigma)}{d\sigma}\arg(-\zeta) + W_L(\sigma);$$

la détermination choisie pour le log (l'arg.) est réelle (nulle) quand ζ est réel négatif; elle est continue sauf sur la nappe tourbillonnaire, qui, rappelons-le, coupe orthogonalement le plan $M\xi\eta$ suivant une courbe tangente à $M\xi$ en M; W_ξ, W_η, W_L sont les projections sur $M\xi$, $M\eta$ et la tangente à L en M du vecteur

$$(3) \qquad \overrightarrow{W}(M) = \overrightarrow{V_\infty} + \lim \int_{L-l} \Gamma' \frac{\overrightarrow{MM'} \wedge \overrightarrow{dM'}}{4\pi \overline{MM'}^3}$$
$$- \frac{1}{4\pi}\lim\int_{L-\lambda} \frac{\overrightarrow{(0, z'-z, y-y')}}{(y'-y)^2 + (z'-z)^2}\left[1 - \frac{x'-x}{\overline{MM'}}\right] d\Gamma',$$

où l est l'arc $(\sigma - \varepsilon, \sigma + \varepsilon)$ de L et λ l'arc $(\sigma - \varepsilon, \sigma + \eta)$ de L, ε et η tendant vers 0, en sorte que

$$(4) \qquad \operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2}\log\left(\frac{2\varepsilon}{a}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\log\left(\frac{2\eta}{a}\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2}\right).$$

La longueur a qui figure dans (1) et (4) est arbitraire; la valeur du second membre de (1) est, bien entendu, indépendante du choix de a; nous simplifierons les calculs ultérieurs en prenant $4\pi a = kt$.

Des formules (1) et (2), qui définissent l'écoulement dans d, déduisons l'écoulement dans D_L. Représentons conformément l'extérieur du profil $P(\sigma)$ sur l'extérieur du cercle $|Z| = a$, en faisant en sorte que Z et ζ soient des infiniment grands équivalents, ce qui est possible puisque $4\pi a = kt$. Supposons que dans D_L

$$(5) \qquad u - iv = \frac{\partial f(\zeta, \sigma)}{\partial \zeta}, \qquad w = \frac{\partial \mathcal{R}(f)}{\partial \sigma} \qquad (\mathcal{R} : \text{partie réelle de});$$

f est réel pour $|Z| = a$, et son allure à l'infini résulte de (1), compte tenu que $a\,d\Gamma/d\sigma$ est négligeable par rapport à Γ; d'où, en posant $W_\xi - iW_\eta = \gamma e^{-i\delta}$,

$$(6) \qquad f = \frac{i}{2\pi}\frac{d\Gamma}{d\sigma}\operatorname{cotg}\alpha\left[\left(Z + \frac{a^2}{Z}\right)\log\left(-\frac{Z}{a}\right) - \left(Z - \frac{a^2}{Z}\right)\right]$$
$$+ \gamma\left[Z e^{-i\delta} + \frac{a^2 e^{i\delta}}{Z}\right] - \frac{i\Gamma}{2\pi}\log\left(-\frac{Z}{a}\right) + \int W_L\, d\sigma,$$

[3] On trouvera le détail des calculs et des formules plus explicites au chapitre III de la *Thèse* de M. J. Legras.

d'où, en remarquant que $[1-(a^2/Z^2)]\partial Z/\partial\zeta$ est voisin de 1, puisque égal à 1 quand P est un segment de $M\xi$,

$$(7)\qquad u-iv=\frac{i}{2\pi}\frac{d\Gamma}{d\sigma}\operatorname{cotg}\alpha\log\left(-\frac{Z}{a}\right)+\left\{\gamma\left(e^{-i\delta}-\frac{a^2e^{i\delta}}{Z^2}\right)-\frac{i\Gamma}{2\pi Z}\right\}\frac{\partial Z}{\partial\zeta}$$

et, en négligeant $Z(d^2\Gamma/d\sigma^2)$ par rapport à $d\Gamma/d\sigma$, $Z\,d\alpha/d\sigma$ par rapport à 1, $\partial Z/\partial\sigma$ par rapport à 1, etc.,

$$(8)\qquad w=\frac{1}{2\pi}\frac{d\Gamma}{d\sigma}\arg(-Z)+W_L;$$

la discontinuité de la vitesse est orthogonale à $M\eta$ et à $\overrightarrow{V_\infty}$; elle satisfait donc approximativement la condition, qu'elle doit remplir, d'être tangente à la nappe tourbillonnaire et perpendiculaire à la vitesse. Par suite (7) et (8) définissent la vitesse dans D_L avec une approximation acceptable. Le fait que la vitesse est finie le long de L s'exprime par la relation de Kutta-Joukowsky

$$(9)\qquad \Gamma=kt(W_\xi\sin\beta-W_\eta\cos\beta),$$

qui constitue une équation intégro-différentielle définissant $\Gamma(\sigma)$; cette équation généralise *l'équation de Prandtl.* Les efforts qui s'exercent sur l'aile s'obtiennent en appliquant la règle de Joukowsky à Γ et (W_ξ, W_η); en effet le long de l'aile les premiers termes des seconds membres de (6), (7) et (8) sont négligeables.

On pourra effectuer des *corrections de compressibilité* comme l'indique ma Communication au *VI^e Congrès international de Mécanique appliquée* : soient c la célérité du son et $M=V_\infty/c$ le nombre de Mach à l'infini; déterminons le long du profil $P(\sigma)$ le coefficient de pression $c_p=2(p-p_\infty)/\rho V_\infty^2$ relatif à un écoulement incompressible parallèle à $M\xi$; quand le point (ξ,η) décrit $P(\sigma)$, le point de coordonnées

$$(10)\qquad \xi'=\xi,\qquad \eta'=\eta+\left(\frac{1}{\sqrt{1-M^2\sin^2\alpha}}-1\right)\int_{(0,0)}^{(\xi,\eta)}[1-c_p(\xi_1,\eta_1)]\,d\eta_1$$

décrit un profil $P'(\sigma)$; la circulation de la vitesse $\Gamma(\sigma)$, la résultante et le moment résultant des efforts relatifs à $P(\sigma)$ et au fluide compressible sont les mêmes que pour $P'(\sigma)$ et un fluide incompressible ayant à l'infini même densité et même vitesse.

M. **Gabriel Bertrand** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. **Clément Duval** intitulé *Notions fondamentales de biochimie à l'usage des candidats aux facultés et écoles de Médecine,* dont il a écrit la *Préface.*

M. **Auguste Chevalier** fait hommage à l'Académie d'un fascicule, extrait de la *Revue internationale de Botanique appliquée,* intitulé *Cinquantenaire de Madagascar. Cinquante années d'efforts scientifiques et sociaux pour le développement de l'Agriculture Malgache,* publié sous sa direction.