Conclusion. — Les essais de semis faits en pleine terre sur des grains ensemencés d'abord très tôt, puis de plus en plus tard, confirment donc l'existence positive d'une période de latence de la germination. Cette période, spécialement marquée pour les grains semés tôt après la récolte, subsiste encore après deux mois, mais en se raccourcissant. La cause de cette latence ou paresse à la germination, est certainement interne, comme le témoigne la régularité d'allure de toutes les courbes, mais sa nature reste à déterminer, en considérant spécialement ce qui se passe pour l'albumen, puisque les premières observations ont démontré que la résistance à la destruction de cet albumen coïncide avec le retard de la germination. Cette détermination ne pourra être effectuée qu'au moment de la prochaine récolte.

TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE. — *Espace où opère un groupe de Lie compact et connexe* (1). Note de M. **Jean Leray**.

Les espaces vectoriels, algèbres, produits tensoriels, homologies sont relatifs à un même corps commutatif $\mathcal{C}$ de caractéristique nulle; les notations sont celles de (1) et de l'Algèbre multilinéaire de Bourbaki.

1. Soit G un groupe de Lie compact et connexe, dont la multiplication est notée $\varphi(g_1, g_2)$. Soit $\mathcal{H}_G$ l'algèbre de cohomologie de G; soit $\overset{-1}{\varphi}$ l'homomorphisme de $\mathcal{H}_G$ dans $\mathcal{H}_G \otimes \mathcal{H}_G$ réciproque de φ; les $h_G \in \mathcal{H}_G$ tels que

$$\overset{-1}{\varphi}(h_G) = 1 \otimes h_G + h_G \otimes 1 \tag{1}$$

sont dits hypermaximaux ou primitifs; ils constituent un espace vectoriel $\mathfrak{P}$ dont le rang est nommé rang de G; d'après un théorème (2) de H. Hopf complété par H. Samelson, $\mathcal{H}_G$ est l'algèbre extérieure $\bigwedge \mathfrak{P}$ de $\mathfrak{P}$. Soit $\mathfrak{P}^*$ l'espace vectoriel dual de $\mathfrak{P}^*$; $\mathcal{H}_G^* = \bigwedge \mathfrak{P}^*$, algèbre extérieure duale de $\mathcal{H}_G$, est l'algèbre d'homologie de G; sa multiplication est celle de Pontrjagin. La fonction bilinéaire définissant cette dualité sera notée $\langle h_G^*, h_G \rangle$. Soit X un espace localement compact sur lequel opère G; soit $\psi(g, x)$ le transformé de $x \in X$ par $g \in G$; soit $\mathcal{H}_X$ l'anneau de cohomologie de X; soit $\overset{-1}{\psi}$ l'homomorphisme de $\mathcal{H}_X$ dans $\mathcal{H}_G \otimes \mathcal{H}_X$ réciproque de ψ; étant donné $h_G^* \in \mathcal{H}_G^*$, soit λ l'application linéaire de $\mathcal{H}_G \otimes \mathcal{H}_X$ dans $\mathcal{H}_X$ telle que

$$\lambda(h_G \otimes h_X) = \langle h_G^*, h_G \rangle h_X;$$

(1) Les invariants topologiques que nous allons définir sont de tout autre nature que ceux qu'on peut attacher à un espace où opère un groupe discontinu sans point fixe; ces derniers ont été décrits par H. Cartan et J. Leray, *Colloque de topologie algébrique* (sous presse) et par H. Cartan, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 148 et 303.

(2) H. Hopf, *Ann. of math.*, 42, 1941, p. 22 à 52; H. Samelson, *ibid*, p. 1091 à 1137.

soit

$$h^*_{G,X}(h_X) = \lambda \overset{-1}{\psi}(h_X);$$

en exprimant à l'aide de (1) et de bases duales de $\mathfrak{L}$ et $\mathfrak{L}^*$ l'égalité des homomorphismes de $\mathcal{H}_X$ dans $\mathcal{H}_G \otimes \mathcal{H}_G \otimes \mathcal{H}_X$ réciproques des applications égales $\psi(\varphi(h_1, h_2), x)$ et $\psi(h_1, \psi(h_2, x))$ on constate ceci : la correspondance associant à h^*_G l'application linéaire $h^*_{G,X}$ de $\mathcal{H}_X$ en lui-même est un homomorphisme d'algèbres; si $h^*_G \in \mathfrak{L}^*$, alors $h^*_{G,X}$ est une différentielle ∂_X; ∂ désignera l'ensemble des ∂_X correspondant à un même $h^*_G \in \mathfrak{L}^*$ et à tous les choix de X : *A un groupe de Lie compact et connexe* G *est associé un espace vectoriel gradué* Δ *de même rang que* G; *les éléments de* Δ *sont des différentielles* [3] ∂ *des anneaux de cohomologie* $\mathcal{H}_X$ *des espaces* X *localement compacts sur lesquels* G *opère; un élément homogène de* Δ *a un degré* $-q < 0$ *et abaisse de* q *le degré des éléments de* $\mathcal{H}_X$. *Les éléments de* Δ *sont anticommutatifs; leurs composés constituent l'algèbre extérieure* $\bigwedge\Delta$, *qui est canoniquement isomorphe à l'algèbre d'homologie de* G. *L'image canonique dans* $\bigwedge\Delta$ *de la classe d'homologie* h^*_G *de* G *transforme la classe de cohomologie* h_G *de* $X = G$ *en* $h^*_G \rfloor h_G$ *(produit intérieur gauche). Si* G *opère sur les deux espaces* X *et* Y *et si chaque élément de* G *commute avec l'application continue* ξ *de* X *dans* Y, *alors l'homomorphisme* $\overset{-1}{\xi}$ *de* $\mathcal{H}_Y$ *dans* $\mathcal{H}_X$ *réciproque de* ξ *commute avec chaque* $\partial \in \Delta$.

2. De même que Pontrjagin a défini géométriquement la multiplication des classes d'homologie de G, *on peut définir géométriquement le transformé de* $h_X \in \mathcal{H}_X$ *par l'image de* $h^*_G \in \mathcal{H}^*_G$ *dans* $\bigwedge\Delta$: soit c^* un cycle de la classe h^*_G, supposée de dimension p; soit c un cocycle de la classe h_X, de degré q : c^* est une variété de G, close, orientée, de dimension p; supposons que X soit une variété, orientable ou non, de dimension N; on peut choisir [4] pour c une variété de X, close et coorientée, de dimension $N-q$; par coorientation de c nous entendons une orientation continue des éléments de contact à q dimensions de X complètement orthogonaux à c; si c^* et c sont *en position générale*, $\psi(c^*, c)$ est une variété close, de dimension $p+N-q$, dont une coorientation est définie par celle de c et l'orientation de c^* : c'est un cocycle de degré $q-p$; sa classe est le transformé de h_X par l'image de h^*_G dans $\bigwedge\Delta$.

3. Soit Y un espace connexe sur lequel opère G; soit $y \in Y$ fixe; soit ξ l'application $\psi(g, y)$ de G dans Y; l'homomorphisme $\overset{-1}{\xi}$ de $\mathcal{H}_Y$ dans $\mathcal{H}_G$ est indépendant du choix de y. Si Y est *l'espace homogène* G/F quotient de G par un sous-groupe fermé F, ξ est *l'application canonique de* G *sur* Y. Les éléments

---

(3) C'est-à-dire : ∂ est linéaire, $\partial^2 = 0$, $\partial(hh') = \partial h.h' + (-1)^p h.\partial h'$ si h et h' appartiennent à un même $\mathcal{H}_X$, h étant homogène de degré p.

(4) J. Leray, *Comm. math. helv.*, **20**, 1947, p. 177-180; *Journ. Math.*, **24**, 1945, p. 187-189.

de G commutent avec ξ; donc $\partial \overset{-1}{\xi} \mathcal{H}_Y = \overset{-1}{\xi} \partial \mathcal{H}_Y \subset \overset{-1}{\xi} \mathcal{H}_Y$; or, si un sous-anneau $\mathcal{A}$ de $\mathcal{H}_G = \bigwedge \mathfrak{P}$ est tel que $\partial \mathcal{A} \subset \mathcal{A}$ pour tout $\partial \in \Delta$, alors $\mathcal{A} = \bigwedge(\mathfrak{P} \cap \mathcal{A})$; d'où le théorème de *Samelson* (*loc. cit.*) : $\overset{-1}{\xi} \mathcal{H}_Y$ *est l'algèbre extérieure d'un sous-espace de* $\mathfrak{P}$. Soit $\mathcal{H}'_Y$ un sous-espace de $\mathcal{H}_Y$ que $\overset{-1}{\xi}$ applique isomorphiquement sur $\mathfrak{P} \cap \overset{-1}{\xi} \mathcal{H}_Y$; soit Δ' l'image dans Δ d'un sous-espace de $\mathfrak{P}^*$ dual de $\mathfrak{P} \cap \overset{-1}{\xi} \mathcal{H}_Y$: Δ' et $\mathcal{H}'_Y$ sont duals; soit $\mathcal{H}''_Y$ l'ensemble des $h_Y \in \mathcal{H}_Y$ tels que $\partial' h_Y = 0$ pour tout $\partial' \in \Delta'$; les ∂' permettent d'exprimer tout élément de $\mathcal{H}_Y$ par des éléments de $\mathcal{H}''_Y$ et des éléments d'une base de $\mathcal{H}'_Y$; d'où

Théorème. — $\mathcal{H}_Y = \mathcal{H}''_Y \otimes \bigwedge \mathcal{H}'_Y$; $\overset{-1}{\xi}$ *est un isomorphisme de l'algèbre extérieure* $\bigwedge \mathcal{H}'_Y$ *sur* $\overset{-1}{\xi} \mathcal{H}_Y$; $\overset{-1}{\xi}$ *annule les éléments de* $\mathcal{H}''_Y$ *de degrés* > 0.

Corollaire ([5]). — *Si l'espace homogène* $Y = G/F$ *est le quotient du groupe de Lie compact et connexe* G *par un sous-groupe fermé* F *de même rang que* G, *alors* $\overset{-1}{\xi} h_Y = 0$ *quand* $h_Y \in \mathcal{H}_Y$ *est de degré* > 0.

Sinon Y aurait, vu le théorème, une caractéristique d'Euler nulle, contrairement à un théorème de H. Hopf et H. Samelson ([6]).

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Observations du champ électrique de l'atmosphère pendant l'éclipse de Soleil du 28 avril 1949*. Note (*) de M. **Jules Rouch**.

Pendant l'éclipse partielle de Soleil du 28 avril 1949, qui fut visible à Monaco entre $7^h 10^m$ et $8^h 50^m$ environ (heures civiles), j'ai exécuté une série de mesures du champ électrique de l'atmosphère à l'aide d'un électromètre bifilaire de Wulf, avec collecteur au radium supporté par une canne d'ébonite. Ce dispositif me sert depuis plusieurs mois à effectuer des mesures quotidiennes du champ électrique sur une terrasse d'une maison située sur le rocher de Monaco à 70^m d'altitude.

J'ai effectué le 28 avril des mesures toutes les 5 minutes environ de $5^h 30^m$ à $9^h 30^m$. La nébulosité était de 4, le ciel était légèrement couvert de cirrus et de cirro-stratus qui n'empêchaient à aucun moment de voir très nettement le Soleil. La vitesse du vent était à peu près nulle.

Le résultat de ces observations est porté sur la figure. Au début de la matinée le champ a des valeurs normales pour la saison de 100 à 200 V par mètre; il s'élève progressivement trois quarts d'heure avant l'éclipse pour

---

([5]) J'ai appliqué ce corollaire au sous-groupe abélien maximum : *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 412.

([6]) *Comm. math. helv.*, **13**, 1940, p. 240-251.

(*) Séance du 9 mai 1949.