saisissante de vie psychique. Un globule blanc est capable de s'en aller, même en sortant des vaisseaux à travers leur paroi (diapédèse), à la recherche d'un microbe ou d'un fragment d'organe altéré qu'il doit détruire en l'absorbant et le digérant (phagocytose). Le laboratoire de Physiologie générale de la Sorbonne a dans ses collections un beau film que le Docteur Comandon, spécialiste bien connu de la cinématographie microscopique, a pris avec un certain ralenti, afin que le mouvement s'accélère à la projection. Plusieurs globules blancs ont été saisis en action. Je n'ai jamais projeté ce film, soit à mon cours, soit dans une conférence, sans que l'auditoire manifestât qu'il était profondément impressionné par la vue de ces monstres tumultueux, se heurtant, et bousculant les globules rouges pour se frayer passage dans la direction qu'ils semblaient avoir choisie.

Il serait aussi injustifié, sur la seule foi de cette impression, de leur attribuer une volonté, que de nier toute sensation à la cellule de parenchyme incapable de réagir autrement que par un changement de polarisation. Ce que nous savons des tropismes et des tactismes, théories largement fondées expérimentalement, permet de rapporter d'une façon satisfaisante ces mouvements à des mécanismes physicochimiques; on peut en reproduire certains traits sur une goutte d'huile rance. Il est raisonnable d'admettre que cette vie cellulaire, comme notre propre vie, comporte une face matérielle et une face psychologique. Ici, comme là, suivant l'expression d'un psychologue français prématurément disparu, Abel Rey, on mutile les faits si l'on néglige un de ces deux aspects essentiels.

Mais une goutte d'eau n'est pas l'image d'un fleuve; une conscience cellulaire ne peut pas être l'image de notre conscience. Celle-ci doit, conformément d'ailleurs à notre hypothèse de départ, résulter de l'intégration d'un grand nombre de tels éléments. Le principe de cette intégration soulève une difficulté théorique. Je reprendrai la question dans une prochaine Note.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les solutions élémentaires d'une équation aux dérivées partielles, à coefficients constants.* Note de M. **Jean Leray.**

Après avoir précisé la définition des solutions élémentaires, on donne [1] l'expression de celles d'entre elles qui résolvent un problème de Cauchy : ce sont des distributions [2], que Herglotz, Petrowsky, Gårding [3] avaient déterminées là où

---

(1) *Voir* pour plus de détails : J. Leray, *Symbolic calculus with several variables, projections and boundary value problems for differential equations* (*Institute for advanced Study*, Princeton).

(2) L. Schwartz, *Théorie des distributions*, 1 et 2, Hermann, Paris, 1951; les dérivées en $x_1, \ldots, x_l$ sont celles que définit cette théorie.

(3) I. Petrowsky, *Mat. Sbornik*, 2, 59, 1945, p. 289-370; L. Gårding, *Acta math.*, 85, 1951, p. 1-62.

elles sont des fonctions. On examine spécialement le cas homogène, où l'étude des solutions élémentaires est celle des périodes des intégrales abéliennes des sections hyperplanes d'une variété algébrique.

1. Soient X et Ξ deux espaces vectoriels duals, de dimension $l > 2$; soit $a(\xi)$ un polynome de degré m; soit $h(\xi)$ sa partie principale; soit $n = m - l$. On note $W(a)$ et $W(a, b)$ les variétés algébriques d'équations

$$a(\zeta) = 0 \quad \text{et} \quad a(\zeta) = b(\zeta) = 0,$$

où

$$\zeta = \xi + i\eta,\ \xi \text{ et } \eta \in \Xi \qquad (\xi = \text{partie réelle de } \zeta).$$

On note $\omega_a(\zeta, d\zeta)$ et $\omega_{a,b}(\zeta, d\zeta)$ des formes différentielles extérieures telles que

$$da(\zeta).\omega_a(\zeta, d\zeta) = da(\zeta).db(\zeta).\omega_{a,b}(\zeta, d\zeta) = d\zeta_1 \ldots d\zeta_l;$$

leurs restrictions respectives à $W(a)$ et $W(a, b)$ sont définies sans ambiguïté. On suppose $W(a)$ et $W(h)$ sans singularité autre que l'origine.

Les composantes connexes du complémentaire de l'adhérence de la projection réelle de $W(a)$ sont des domaines *convexes* Δ_α de Ξ; $\sup\limits_{\eta \in \Xi} |a^{-1}(\xi + i\eta)|$ est borné dans Δ_α; la transformation de Laplace montre que l'équation

$$a\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_l}\right) u(x) = v(x) \qquad (x \in X)$$

a une seule solution $u(x)$ telle que, pour tout $\xi \in \Delta_1$,

$$\| u(x) \exp(-x.\xi) \|_2 \leq \sup_{\eta \in \Xi} | a^{-1}(\xi + i\eta) | . \| v(x) \exp(-x.\xi) \|_2,$$

il existe une *distribution* k_x, dite *solution élémentaire* de a relative à Δ_1, telle que

$$u(x) = k_x \star v(x).$$

Soit Γ_α le cône directeur de Δ_α; soit C_α le dual de Γ_α : $x \in C_\alpha$ si $x.\xi \geq 0$ pour tout $\xi \in \Gamma_\alpha$. L'intérieur de $\bigcup\limits_\alpha \Gamma_\alpha$ est le plus grand ensemble ouvert tel que toute droite y pénétrant ne coupe $W(h)$ qu'en des points réels; sa frontière appartient à $W(h)$. Supposons-le *non vide*. Alors *deux* Γ_α *opposés*, soient Γ_1 et $\Gamma_2 = -\Gamma_1$, ont des points intérieurs; hors de C_1, $k_x = 0$, ce qui permet de résoudre un problème de Cauchy; hors de $C_2 = -C_1$ on a

$$k_x = (2\pi i)^{1-l} f\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_l}\right) \int_\Omega f^{-1}(\zeta) \exp(x.\zeta)\, \omega_a(\zeta, d\zeta); \tag{1}$$

Ω est la partie de $W(a)$ dont la projection réelle appartient à un vecteur ξ^* joignant Δ_2 à Δ_1; l'orientation de Ω est telle que

$$i^{1-l}[\xi_1^* a'_1(\zeta) + \ldots + \xi_l^* a'_l(\zeta)].\omega_a(\zeta, d\zeta) > 0;$$

$f(\zeta)$ est un polynome de degré $> -n$, tel que Ω et ses points frontières à l'infini soient hors de $W(f)$; le second membre de (1) ne dépend pas des choix de ξ^* et f.

2. *Cas où $a(\xi)$ est homogène.* — Soit $b(\zeta)$ une fonction linéaire, telle que $b(0) = -1$; soit dans $W(a, b)$ une chaîne à l dimensions $\Gamma(x)$ dépendant continûment de x, son bord $\beta\Gamma$ étant indépendant de x sauf au voisinage de $W(x.\zeta)$; soit $k_x(\Gamma)$ la distribution, fonction linéaire de Γ, définie par la formule

$$k_x(\Gamma) = f\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_l}\right)\int_{\Gamma(x)} f^{-1}(\zeta)\frac{(x.\zeta)^{n+q}}{(n+q)!}\,\omega_{a,b}(\zeta, d\zeta) \tag{2}$$

quand existe un polynome $f(\zeta)$, homogène de degré $q \geqq -n$, tel que $W(f)\cap\Gamma(x)$ soit vide au point x étudié : f existe si Γ est petit; modifier f, remplacer b par c et Γ par sa projection de centre O sur $W(a, c)$ ne change pas $k_x(\Gamma)$. Si $\Gamma(x)$ est un cycle de $W(a, b)$ mod. $W(a, x.\zeta, b)$, alors $k_x(\Gamma)$ ne dépend que de la classe d'homologie $h(x)$ de $\Gamma(x)$ et est noté $k_x(h)$; $k_x(h) = 0$ si h contient un cycle algébrique; *la classe d'homologie βh du cycle $\beta\Gamma$ de $W(a, x.\zeta, b)$ détermine $k_x(h)$ à un polynome près de degré n*; soit g un polynome homogène de degré $\pm(n+1)$ et $B \in \beta h$:

$$g\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_l}\right) k_x(h) = \int_B g(\zeta)\,\omega_{a,x.\zeta,b}(\zeta, d\zeta) \qquad \text{si} \quad n+1 \geqq 0; \tag{3}$$

$$k_x(h) = g\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_l}\right)\int_B g^{-1}(\zeta)\,\omega_{a,x.\zeta,b}(\zeta, d\zeta) \tag{4}$$

si $n+1 \leqq 0$ et si $W(g)\cap B(x)$ est vide au point x étudié.

Hors de C_2, la solution élémentaire de a relative à Δ_1 est $(2\pi i)^{2-l}k_x(h)$, *$h(x)$ étant défini comme suit* : Si b est pair, $2h(x)$ contient le cycle que constitue la partie réelle de $W(a, b)$ orientée de façon que

$$(x.\zeta)[\xi_1^* a_1'(\zeta) + \ldots + \xi_l^* a_l'(\zeta)]\,\omega_{a,b}(\zeta, d\zeta) > 0 \qquad (\xi^* \in \Delta_1);$$

$\beta h(x)$ contient la partie réelle de $W(a, x.\zeta, b)$ orientée de façon que

$$[\xi_1^* a_1'(\zeta) + \ldots + \xi_l^* a_l'(\zeta)]\,\omega_{a,x.\zeta,b}(\zeta, d\zeta) > 0 \qquad (\xi^* \in \Delta_1).$$

Si l est impair, soit ξ^* un point réel de $W(x.\zeta, b)$; les points non réels ζ où les droites réelles issues de ξ^* coupent $W(a, x.\zeta, b)$ constituent un cycle de $\beta h(x)$, si on l'oriente comme suit :

$$\zeta = \xi^* + (i+\tau)\eta \qquad (\tau, \text{ nombre réel}; \ \eta \in \Xi).$$
$$(i+\tau)^{l-2}[\xi_1^* a_1'(\zeta) + \ldots + \xi_l^* a_l'(\zeta)]\,\omega_{a,x.\zeta,b}(\zeta, d\zeta) < 0;$$

la définition de h est trop longue pour être donnée ici.

Nota. — La condition par laquelle Petrowsky exprime que x est dans une *lacune stable* doit être énoncée comme suit : $h(x)$ est l'image d'une classe d'homologie (algébrique si $n \geqq 0$) de $W(a, b)$.

Exemple. — (4) donne la solution élémentaire de $\partial^2/\partial x_1^2 - \partial^2/\partial x_2^2 - \ldots \partial^2/\partial x_l^2$:

$$k_x = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{d}{\pi\, dR}\right)^{\frac{l-4}{2}} \delta(R),$$

où $R = x_1^2 - x_2^2 - \ldots x_l^2$, $\delta =$ mesure de Dirac; la dérivée est celle du calcul symbolique si l est impair.

M. **Jacques Duclaux** présente un livre qu'il vient d'écrire sous le titre de *Chimie populaire à l'usage des curieux*, dans lequel il essaie de montrer, dans un langage aussi simple que possible, ce que sont les buts, les méthodes et le rôle économique et social de la Chimie.

M. **Paul Lebeau** fait hommage d'un Ouvrage de M. Henri Guérin intitulé : *Traité de manipulation et d'analyse des gaz*, dont il a écrit la *Préface*.

L'Ouvrage suivant est présenté par M. **Emmanuel de Martonne** : André Guilcher. *Le relief de la Bretagne méridionale de la Baie de Douarnenez à la Vilaine*. Thèse pour le doctorat ès lettres présentée à la Faculté des lettres de l'Université de Paris.

PLIS CACHETÉS.

M. **Etienne Wolff** et Mlle **Katy Haffen** demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 9 juillet 1951 et enregistré sous le n° 12859.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Sur une technique permettant la culture* in vitro *des gonades embryonnaires des oiseaux*.

(Renvoi à la Section d'Anatomie et Zoologie.)

DESIGNATIONS.

M. **Pierre Chevenard** est adjoint à la délégation précédemment désignée pour représenter l'Académie dans le Comité d'honneur du Centenaire de la naissance d'**Henri Moissan**, qui sera célébré au cours de l'année 1952.

MM. **Charles Jacob, Louis Fage, Roger Heim** sont désignés pour représenter l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu les 19, 20 et 21 mars 1952, en l'honneur de l'**École Française d'Extrême-Orient**.