scattering pour des problèmes à 2 corps à longue portée , Ann. Inst. Henri Poincaré, Vol. 51 n°1, 81-110, (1989)

[HO] L.Hörmander, *The analysis of linear partial differential operators* , Springer- -Verlag. Tomes 1 à 4

[IS-KI] H. Isozaki - H. Kitada, *Modified wave operators with time-independent modifiers* , J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect IA. 32, 77-104,(1985)

[LO-TH] M. Loss - B. Thaller, *Scattering of particles by long-range magnetic fields* , Annals of physics 176, 159-180, (1987)

[NI] F. Nicoleau, *Théorie de la diffusion pour l'opérateur de Schrödinger en présence d'un champ magnétique* .
Thèse de doctorat de l'université de Rennes I, (1991)

[PE] P. A. Perry, *Scattering theory by the Enss method* , Mathematical Reports Series, Vol. 1 part. 1, Harwood Acad. Publishers, (1983)

[RE-SI] M. Reed - B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics* . à Academic Press, (1972). tomes 1 à 4

$[RO]_1$ D. Robert, *Asymptotique de la phase de diffusion à haute énergie pour des perturbations du second ordre du Laplacien* ,
A paraitre aux Annales de l'E.N.S

$[RO]_2$ D. Robert, *On Scattering theory for long range pertubations of Laplace operators* ,
Conférence en l'honneur de S. Agmon, Juin 1990,
A paraitre dans le Journal d'Analyse Mathématique

des puissances de $<x>$ raisonnables dans l'expression $|\Phi(x,\eta)-x.\eta|$, même pour (x,η) tels que $\ell(x,\eta)\leqslant M$.

Plus précisément, on peut montrer que pour de tels (x,η), on a :

$$|\Phi(x,\eta)-x.\eta| = O(|x_0|^{-\mu}) \text{ pour } \mu < \min(1,\rho,\delta).$$

Cela suggère de remplacer x_0 par un point à l'infini et ainsi d'améliorer les estimations de la phase construite.

En utilisant l'estimation suivante (c.f [NI], Lemme 4.8 p.75) :

$$(16) \qquad y(t,x,\eta) = x+2t\eta+O(|x|+t|\eta|)^{1-\mu}$$

on obtient de suite

$$(17) \qquad |y(t,x,\eta)| \geqslant C_0(|x|+t|\eta|)$$

et par conséquent

$$(18) \qquad |h_{A,V}(y(t,x,\eta),\eta)-\eta^2| \leqslant C_1|\eta|(|x|+t|\eta|)^{-1-\mu}$$

pour (x,η) tels que $\ell(x,\eta)\leqslant M$. Ceci nous permet de poser :

$$(19) \qquad \Phi_1(x,\eta) = x.\eta+\int_0^\infty [h_{A,V}(y(t,x,\eta),\eta)-\eta^2]\,dt$$

Cette phase $\Phi_1(x,\eta)$ vérifie trivialement (ii) et(iii) du lemme 3, ainsi que la première estimation de (i).

En ce qui concerne la seconde, il suffit d'utiliser :

$$(20) \qquad |\partial_x^\alpha\partial_\xi^\beta h_{A,V}(x,\xi)| \leqslant C_{\alpha\beta}<x>^{-\mu-|\alpha|}<\xi> \text{ pour } |\alpha| \neq 0$$

Ceci termine la démonstration du lemme 3.

Références bibliographiques

[BE] R. Beals, *A general calculus of pseudodifferential operators*, Duke Math. J.42, 1-42, (1975)

[DO] J. D. Dollard, *Quantum mechanical scattering theory for short range and Coulomb interactions* , Rocky Mountain J. 1, 5-88, (1971)

[EN] V. Enss, *Long-range scattering of two-and three body quantum systems,* Actes des Journées Equations aux Dérivées Partielles. S^t Jean de Monts, 1-31, (1989)

[GE-MA] C. Gérard - A. Martinez, *Prolongement méromorphe de la matrice de*

$$\text{Im } W^{\pm} = \mathcal{H}_{ac}(H_{A,V})$$

Ceci termine alors la preuve du théorème.

Pour conclure, il reste à établir le lemme 3.

Démonstration du lemme 3

Pour cela, nous reprenons les grandes lignes de la preuve du théorème 2, ([GE-MA], [IS-KI], [NI], $[RO]_{1,2}$).

Utilisant l'expression (5) de $H_{A,V}$, l'équation de Hamilton- Jacobi devient :

$$(10) \qquad h_{A,V}(x, \partial_x \Phi(x,\xi)) = \xi^2$$

avec : $h_{A,V}(x,\xi) = \xi^2 + \Sigma\, a_{jk}(x)\, \ell_{jk}(x,\xi) + Q(x)$

Suivant [IS-KI], on résoud (10) dans les zones entrantes et sortantes de l'espace des phases définies par :

$$\Sigma^{\pm} = \Sigma^{\pm}(R,d,\sigma) = \{ (x,\xi) : |x| \geqslant R,\ |\xi| \geqslant d,\ \pm x.\xi \geqslant -\sigma |x|\,|\xi| \}$$

où $d > 0$, $\sigma \in]0,1[$ sont donnés, R étant choisi aussi grand que nécessaire. Comme d'habitude, nous traitons le cas (+), (le cas (-) étant similaire).

En dehors de ces zones, $\Phi(x,\xi)$ sera prolongée de manière C^{∞} par $x.\xi$.

Introduisons le flot associé au champ hamiltonien $\mathcal{H} = \partial_x h_{A,V}.\partial_\xi - \partial_\xi h_{A,V}.\partial_x$:

$$(11) \qquad \exp(t\,\mathcal{H})(x,\eta) = (z(t,x,\eta)\ ,\ \xi(t,x,\eta))$$

Des propriétés de $h_{A,V}(x,\xi)$, on en déduit (c.f [NI], Lemme 4.4 p. 71) :

$$(12) \qquad |z(t,x,\eta)| \geqslant C_0\,(|x| + t|\eta|)\ ,\ \forall t \geqslant 0,\ \forall\ (x,\eta) \in \Gamma^{+}$$

On montre ensuite que l'application $\eta \to \xi(t,x,\eta)$ est un difféomorphisme global et nous désignons par $\eta \to \xi(t,x,\eta)$ le difféomorphisme inverse qui est défini pour tout $t \geqslant 0$, $(x,\eta) \in \Sigma^{+}(R,\, d-\varepsilon,\, \sigma+\varepsilon)$, $\varepsilon > 0$ aussi petit que l'on veut, (R dépendant de ε).

On définit alors :

$$(13) \qquad y(t,x,\eta) = z(t,x,\xi(t,x,\eta))$$

et on a la propriété :

$$(14) \qquad \exp(t\mathcal{H})(x,\xi(t,x,\eta)) = (y(t,x,\eta),\eta)$$

La fonction Φ du théorème 2 est obtenue en posant pour $(x,\eta) \in \Sigma^{+}(2R, d-\varepsilon, \sigma+\varepsilon)$:

$$(15) \qquad \Phi(x,\eta) = x.\eta + \int_0^{\infty} [h_{A,V}(y(t,x,\eta),\eta) - h_{A,V}(y(t,x_0,\eta),\eta)]\ dt$$

$$\text{avec: } x_0 = \frac{R}{d}\eta$$

L'introduction du point x_0 permet d'obtenir le caractère L^1 ,en variable t, de la quantité $h_{A,V}(y(t,x,\eta),\eta) - h_{A,V}(y(t,x_0,\eta),\eta)$. Mais ce terme supplémentaire empêche de gagner

Lemme 4

$$s\text{-}\lim_{t\to\pm\infty} (J_{\Phi_1} - F)\, e^{-itH_0} = 0 \quad \textit{dans } L^2(\mathbb{R}^n)$$

Démonstration

D'après le lemme 3 (i), il est facile de voir que $J_{\Phi_1} - F$ est un opérateur pseudodifférentiel de symbole :

$$s(x,\xi) = (e^{i(\Phi_1(x,\xi) - x.\xi)} - 1)\, f(x,\xi)$$

qui vérifie les estimations suivantes :

$$\forall N \geqslant 0,\ \forall \alpha,\beta \text{ multi-indices},\ \exists C_{\alpha\beta N} > 0 \text{ telle que :}$$
$$|\partial_x^\alpha \partial_\xi^\beta s(x,\xi)| \leqslant C_{\alpha\beta N} < x >^{-\mu-|\alpha|} < \xi >^{-N}$$

En particulier, $J_{\Phi_1} - F$ est un opérateur compact, car $\mu > 0$ ([BE]). D'autre part, l'opérateur e^{-itH_0} converge faiblement vers 0, lorsque $t \to \pm\infty$: cela se montre aisément par conjugaison par la transformée de Fourier. D'où le lemme.

Démonstration du théorème 1

La méthode consiste à comparer $W^\pm$ et $W_\Phi^\pm$ sur des sous espaces denses, d'énergie et de moments cinétiques bornés.

La conservation du moment cinétique sous l'action du groupe libre e^{-itH_0} nous permet d'écrire :

$$e^{itH_{A,V}} J_\Phi e^{-itH_0} F = e^{itH_{A,V}} J_\Phi F\, e^{-itH_0}$$

et d'après le lemme 3 (iii), on a :

$$J_\Phi F = J_{\Phi_1} e^{i g(D)} \quad \text{où } D = -i\nabla$$

Par conséquent :

$$(8) \qquad e^{itH_{A,V}} J_\Phi e^{-itH_0} F = e^{itH_{A,V}} J_{\Phi_1} e^{-itH_0} e^{i g(D)}$$

que l'on écrit sous la forme :

$$e^{itH_{A,V}} J_\Phi e^{-itH_0} F = e^{itH_{A,V}} (J_{\Phi_1} - F)\, e^{-itH_0} e^{i g(D)} + e^{itH_{A,V}} e^{-itH_0} F\, e^{i g(D)}$$

On fait tendre $|t|$ vers l'infini dans l'expression précédente, et d'après le lemme 4 et le théorème 2, on obtient :

$$(9) \qquad W_\Phi^\pm F = W^\pm F\, e^{i g(D)}$$

En utilisant la densité des espaces d'énergie et de moments cinétiques bornés, le caractère isométrique de $e^{i g(D)}$, ainsi que la complétude de $W_\Phi^\pm$, il vient aussitôt grâce à (9) :

Notre méthode consiste à construire une nouvelle phase $\Phi_1(x,\xi)$, pour (x,ξ) dans des zones où le moment cinétique total : $\ell(x,\xi) = [\Sigma\, \ell_{jk}(x,\xi)^2]^{1/2}$ reste borné, ($(\ell_{jk} = x_j\xi_k - x_k\xi_j)$, Φ_1 vérifiant l'équation de Hamilton-Jacobi (3), et de comparer Φ_1 à Φ. En effet, de la formule (5) il résulte que l'on a :

$$h_{A,V}(x,\xi) = \xi^2 + \Sigma\, a_{jk}(x)\, \ell_{jk}(x,\xi) + Q(x)$$

Dans les zones B de l'espace de phase où $\ell(x,\xi)$ est borné, $h_{A,V}(x,\xi)$ est une perturbation à courte portée de $h_{0,0}(x,\xi) = \xi^2$ en ce sens qu'il existe $C, \varepsilon > 0$ tels que:

$$| h_{A,V}(x,\xi) - \xi^2 | \leqslant C \langle x \rangle^{-1-\epsilon} \qquad \forall (x,\xi) \in B$$

Il est donc naturel de chercher à résoudre l'équation de Hamilton-Jacobi (3) dans B de façon à améliorer les estimations de $\Phi(x,\xi) - x.\xi$ lorsque $|x| \to \infty$, ce qui est essentiel d'après la remarque 2.

Lemme 3

Pour tout $M > 0$, *il existe une fonction* $\Phi_1 \in C^\infty(\mathbb{R}^{2n})$ *vérifiant :*

(i)
$$\begin{cases} | \partial_\xi^\beta (\Phi_1(x,\xi) - x.\xi)| \leqslant C_\beta \langle x \rangle^{-\mu} \\ \\ | \partial_x^\alpha \partial_\xi^\beta (\Phi_1(x,\xi) - x.\xi)| \leqslant C_{\alpha\beta} \langle x \rangle^{1-\mu-|\alpha|} \text{ pour } |\alpha| \geqslant 1 \end{cases}$$

pour un $\mu > 0$ *et* (x,ξ) *tels que* $\ell(x,\xi) \leqslant M$.

(ii) $h_{A,V}(x, \partial_x \Phi_1(x,\xi)) = \xi^2$ *dans une zone entrante ou sortante* $\Sigma^\pm$.

(iii) *Il existe* $g \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$ *telle que* $\Phi_1(x,\xi) = \Phi(x,\xi) + g(\xi)$ *pour* (x,ξ) *tels que* $\ell(x,\xi) \leqslant M$.

Admettons provisoirement ce lemme.

Notations

Soient $\theta_1 \in C_0^\infty([a_0, \infty[)$, $\theta_2 \in C_0^\infty([0, M])$ et F l'opérateur pseudodifférentiel de symbole $f(x,\xi) = \theta_1(\xi^2)\, \theta_2(\ell(x,\xi)^2)$.

Soit J_{Φ_1} l'opérateur Fourier intégral de phase Φ_1, d'amplitude $f(x,\xi)$:

$$J_{\Phi_1} \Psi(x) = (2\pi)^{-n} \iint e^{i(\Phi_1(x,\xi) - y.\xi)} f(x,\xi)\, \Psi(y)\, dy\, d\xi$$

Théorème 2

Pour tout $a_0 > 0$, *les opérateurs d'onde modifiés :*

$$W_\Phi^\pm = s\text{-}\lim_{t\to\pm\infty} e^{itH_{A,V}} J_\Phi e^{-itH_0} E_0([a_0, \infty[)$$

existent et sont complets, le modificateur J_Φ *étant l'opérateur Fourier intégral :*

$$J_\Phi \Psi(x) = (2\pi)^{-n} \iint e^{i(\Phi(x,\xi)-y.\xi)} \Psi(y)\, dy\, d\xi$$

avec Φ *vérifiant :*

(i) $|\partial_x^\alpha \partial_\xi^\beta (\Phi(x,\xi)-x.\xi)| \leqslant C_{\alpha\beta} \langle x\rangle^{1-\mu-|\alpha|}$ *pour tout* $\mu \in]0, \min(1, \rho, \delta)[$

(ii) $h_{A,V}(x, \partial_x \Phi(x,\xi)) = \xi^2$ *pour* (x,ξ) *dans une zone sortante ou entrante* $\Sigma^\pm$ (c.f définition ci-dessous).

Définition

On appelle zone sortante Σ^+ (resp. entrante Σ^-), les parties de l'espace de phase classique $\mathbb{R}^{2n}$ définies par :

$$\Sigma^\pm = \{ (x,\xi) \in \mathbb{R}^{2n}, |x| \geqslant R\ ,\ |\xi| \geqslant d\ ,\ \pm x.\xi \geqslant -\sigma |x|\,|\xi| \}$$

où : $\sigma \in]0,1[$, $R > 0$, $d > 0$.

Remarque 1

L'intérêt de l'introduction de $\Sigma^\pm$ vient essentiellement de la propriété suivante :

$$\forall\ (x,\xi) \in \Sigma^\pm, \text{ on a : } \lim_{t\to\pm\infty} |x + t\xi| = +\infty$$

qui est importante pour pouvoir résoudre globalement l'équation de Hamilton-Jacobi, (c.f [IS-KI], [NI]).

Remarque 2

Lorsque l'on peut prendre $\mu > 1$ dans le théorème 2, on voit facilement que J_Φ est une perturbation compacte de l'identité. On en déduit alors l'existence et la complétude de $W^\pm$.

Nous allons montrer que le théorème 2 entraine le théorème 1 : l'existence et la complétude des opérateurs d'onde $W_\Phi^\pm$ étant établies, il est alors naturel de comparer $W_\Phi^\pm$ et $W^\pm$.

La peuve de l'existence de $W^{\pm}$, pour $\rho > \frac{1}{2}$ et $\delta > 1$, se fait alors facilement par la méthode de Cook ([RE-SI]), en utilisant (5) et en remarquant que L_{jk} commute aux rotations, (c.f [LO-TH]).

L'exemple dans $\mathbb{R}^2$ des champs $B \in C_0^{\infty}(\mathbb{R}^2)$, à flux total non nul, montre que (7) est en général optimal.

Cela montre également que des champs magnétiques à décroissance très rapide peuvent être associés à des potentiels $A(x) = O(<x>^{-1})$, et donc a priori à longue portée.

Cependant, physiquement, on s'attend à ce que de tels champs soient à courte portée, et donc que $W_{\Phi}^{\pm} = W^{\pm}$.

L'existence et la complétude de $W^{\pm}$ ont été démontrées d'abord par Perry ([PE]), dans le cas particulier d'interactions radiales, puis récemment par Loss et Thaller ([LO-TH]) dans le cas général en utilisant la méthode dépendant du temps de V. Enss pour l'étude de la diffusion, ([EN]).

L'objet de cet article est de comparer les opérateurs $W^{\pm}$ et $W_{\Phi}^{\pm}$ pour en déduire une nouvelle démonstration du résultat suivant de Loss et Thaller :

Théorème 1

Supposons que B *et* V *vérifient* $(B_{\rho,\delta})$ *avec* $\rho > \frac{1}{2}$ *et* $\delta > 1$. *On fait le choix de jauge* A *vérifiant la condition de transversalité* (T).

Alors : les opérateurs d'onde $W^{\pm}$ *définis par* (1) *existent et sont complets.*

L'approche stationnaire mise en oeuvre ici permet d'obtenir également des informations sur les matrices de diffusion et l'amplitude de diffusion associés à $H_{A,V}$ pour $\rho > \frac{1}{2}$ et $\delta > 1$,(c.f [IS-KI], [NI]).

II **DEMONSTRATION DU THEOREME 1**

Commençons d'abord par énoncer des résultats établis dans [NI] dans le cas de la diffusion avec champ magnétique à longue portée.

Désignons par $E_0(I)$ le projecteur spectral sur l'intervalle $I \subset \mathbb{R}$, associé à H_0.

$$(2) \qquad W_{\Phi}^{\pm} = s-\lim_{t\to\pm\infty} e^{itH_{A,V}} J_{\Phi} e^{-itH_0}$$

où J_Φ est un opérateur intégral de Fourier proche de l'identité, associé à une solution convenable Φ de l'équation de Hamilton-Jacobi :

$$(3) \qquad h_{A,V}(x,\partial_x\Phi(x,\xi)) = \xi^2 \quad , \quad (x,\xi)\in\mathbb{R}^{2n}$$

où $h_{A,V}(x,\xi) = |\xi - A(x)|^2 + V(x)$ est le symbole (hamiltonien classique) associé à $H_{A,V}$.

Cette approche a été introduite par Isozaki-Kitada, ([IS-KI]), dans le cas $A = 0$, et permet en particulier d'étudier en détails la matrice et l'amplitude de diffusion.
Dans la thèse [NI], l'un d'entre nous a montré que les constructions de [IS-KI] sont encore valides pour $H_{A,V}$ avec A et V vérifiant $(H_{\rho,\delta})$, ce qui nous a permis d'établir l'existence et la complétude d'opérateurs d'onde modifiés du type $W_{\Phi}^{\pm}$.
Cependant, il faut noter que la condition $(H_{\rho,\delta})$ dépend du choix de la jauge A et il serait donc plus naturel de faire des hypothèses sur le champ magnétique B en introduisant :

$$(B_{\rho,\delta}) \qquad \langle x\rangle^{1+\rho+|\alpha|} |\partial_x^{\alpha} B(x)| + \langle x\rangle^{\delta+|\alpha|} |\partial_x^{\alpha} V(x)| \leqslant C_{\alpha}$$

B étant donné, le problème est alors de choisir A vérifiant $(H_{\rho,\delta})$ et tel que $dA = B$.
Uhlenbeck ([UH]), puis Loss et Thaller ([LO-TH]) ont remarqué que l'on pouvait choisir A vérifiant la condition de transversalité :

$$(T) \qquad A(x).x = 0 \quad \text{pour tout } x\in\mathbb{R}^n.$$

A est alors complétement déterminé par B et est donné par :

$$(4) \qquad A(x) = -\int_0^1 s\, B(sx).x\, ds$$

Un calcul élémentaire montre que $H_{A,V}$ s'écrit alors sous la forme suivante :

$$(5) \qquad H_{A,V} = H_0 + \Sigma\, a_{jk}(x).L_{jk} + Q(x)$$

avec les notations:

$$a_{jk}(x) = -\int_0^1 s\, b_{jk}(sx)\, ds$$

$$Q(x) = A^2(x) + i\, \mathrm{div}\, A(x) + V(x)$$

$L_{jk} = -i\,(x_j \partial_{x_k} - x_k \partial_{x_j})$, (opérateurs moments cinétiques, générateurs des rotations)

L'hypothèse $(B_{\rho,\delta})$ entraine :

$$(6) \qquad \langle x\rangle^{\min(1+\rho,\,2)+|\alpha|} |\partial_x^{\alpha} a_{jk}(x)| \leqslant C_{\alpha} \quad \text{pour tout } x\in\mathbb{R}^n$$

et A vérifie donc:

$$(7) \qquad \langle x\rangle^{\min(1,\,\rho)+|\alpha|} |\partial_x^{\alpha} A(x)| \leqslant C_{\alpha} \quad \text{pour tout } x\in\mathbb{R}^n.$$

I INTRODUCTION

L'opérateur Hamiltonien quantique de Schrödinger décrivant l'intéraction d'une particule avec un champ électrique ∇V et un champ magnétique B est donné par l'opérateur différentiel sur $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$:

$$H_{A,V} = \Sigma (D_j - A_j(x))^2 + V(x)$$

avec les notations:

$D_j = -i\,\partial_{x_j}$

$A = \Sigma A_j\, dx_j$ est la 1-forme potentiel magnétique

$B = dA$ est la 2-forme champ magnétique, identifiée à la matrice antisymétrique $(b_{jk})_{j,k}$, $b_{jk}(x) = \partial_{x_j} A_k(x) - \partial_{x_k} A_j(x)$, dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$.

On suppose $A, V \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$ et vérifiant la propriété de décroissance :

$$(H_{\rho,\delta}) \qquad \begin{cases} \exists \rho > 0,\ \exists \delta > 0 \text{ tels que pour tout } \alpha \in \mathbb{N}^n, \text{ il existe } C_\alpha > 0 \text{ tel que} \\ < x >^{\rho+|\alpha|} |\partial_x^\alpha A_j(x)| + < x >^{\delta+|\alpha|} |\partial_x^\alpha V(x)| \leq C_\alpha \\ \text{pour tout } x \in \mathbb{R}^n,\ j = 1, \ldots, n\ .\ (< x > = (1+|x|^2)^{1/2}). \end{cases}$$

Lorsque $\rho > 1$, $\delta > 1$, il est bien connu que $H_{A,V}$ est une perturbation à courte portée de l'opérateur de Laplace sur $\mathbb{R}^n$: $H_0 = -\Delta$.

En particulier, les opérateurs d'onde de Moeller :

$$(1) \qquad W^\pm = s\text{-}\lim_{t \to \pm\infty} e^{itH_{A,V}} \,.\, e^{-itH_0}$$

existent sur $L^2(\mathbb{R}^n)$ et sont complets, c'est à dire que les images de $W^\pm$ coïncident avec le sous-espace spectral absolument continu $\mathcal{H}_{ac}(H_{A,V})$ de $H_{A,V}$, (pour ces notions, nous renvoyons à [RE-SI] t.3).

Lorsque $\delta \in]0,1]$ et $A = 0$, la formule (1) n'a a priori plus de sens, et on la remplace par l'introduction d'opérateurs d'onde modifiés. La première approche, historiquement, a été de remplacer e^{-itH_0} par une évolution libre modifiée, (c.f [DO], [HO], [PE], ...), la modification dépendant du temps.

Une deuxième approche consiste à introduire une modification des opérateurs d'onde indépendante du temps de la forme :

Théorie de la diffusion quantique pour des perturbations à longue et courte portée du champ magnétique

par François Nicoleau et Didier Robert

Département de Mathématiques

U.R.A CNRS n°758 - Université de Nantes

2, rue de la Houssinière 44072 Nantes Cedex FRANCE

Envoi des épreuves à D. Robert

Résumé : Dans cet article, nous étudions des perturbations de l'opérateur de Laplace positif $-\Delta$ sur $\mathbb{R}^n$ de la forme : $H_{A,V} = \Sigma\,(D_j - A_j(x))^2 + V(x)$. Dans le cas où V est à courte portée, $A(x) = \Sigma\, A_j(x)\, dx_j$ à longue portée, mais la 2-forme dA étant à courte portée, nous comparons les opérateurs d'onde usuels de Moeller et les opérateurs d'onde modifiés suivant Isozaki-Kitada. Nous retrouvons ainsi un résultat de Loss-Thaller sur la complétude des opérateurs d'onde pour la paire: $(H_{A,V}, -\Delta)$.

Abstract : In this paper, we study pertubations of the positive Laplace operator, $-\Delta$, in $\mathbb{R}^n$ of the form : $H_{A,V} = \Sigma\,(D_j - A_j(x))^2 + V(x)$. In case when V is short range, $A(x) = \Sigma\, A_j(x)\, dx_j$ long range but the two form dA being short range, we compare the usual Moeller wave operators and the modified wave operators introduced by Isozaki-Kitada. We recover a result of Loss-Thaller on the completness of the wave operators for the pair: $(H_{A,V} - \Delta)$.