



CENTRALE
NANTES



UNIVERSITÉ DE NANTES



UNIVERSITÉ
PARIS
SUD

université
PARIS-SACLAY



INSTITUT
DE RADIOPROTECTION
ET DE SÛRETÉ NUCLÉAIRE



CENTRE
HENRI LEBESGUE
CENTRE DE MATHÉMATIQUES



UMR 6629 - Nantes

Journées : « Multiphasique et Incertitudes »

Troisième édition

13-14 Novembre 2017, Ecole Centrale Nantes

Comité d'organisation

KONSTANTIN BRENNER (Université de Nice Sophia-Antipolis),	konstantin.brenner@gmail.com
MARIANNE BESSEMOULIN (Université de Nantes),	marianne.bessemoulin@univ-nantes.fr
MARIE BILLAUD-FRIESS (Ecole Centrale Nantes),	marie.billaud-friess@ec-nantes.fr
MAGDALENA DYMITROWSKA (IRSN),	magdalena.dymitrowska@irsn.fr
DANIELLE HILHORST (CNRS, Université Paris Sud),	Danielle.Hilhorst@math.u-psud.fr
HÉLÈNE MATHIS (Université de Nantes),	helene.mathis@univ-nantes.fr

Table des matières

1	Présentation des journées	2
1.1	Conférenciers invités	2
1.2	Programme de la conférence	2
1.3	Infos pratiques	3
2	Résumés	4
2.1	Conférenciers invités	4
2.2	Posters	8

1 Présentation des journées

L'objectif de ces journées est de rassembler des chercheurs de différents horizons pour faire le point sur les avancées récentes dans le domaine des écoulements multiphasiques en milieux poreux qui comportent de nombreux verrous en terme de modélisation, d'analyse mathématique, et de simulation numérique. On abordera en particulier les aspects multi-échelles et incertains caractéristiques des milieux poreux à la fois en terme de modélisation et de discrétisation.

1.1 Conférenciers invités

- *Laurence Beaudé*
- *Claire Chainais*
- *Julia Charrier*
- *Daniele Di Pietro*
- *Yueyan Gao*
- *Imad Kissami*
- *Olivier Le Maître*
- *Renaud Meignen*
- *Rob Scheichl*
- *Nicolas Seguin*
- *Nicolas Seigneur*
- *Farid Smaï*
- *Martin Vohralik*

1.2 Programme de la conférence

Les journées "Multiphasiques et Incertitudes" se tiendront les **13 et 14 novembre 2017**. Le programme est récapitulé dans le Tableau 1.1.

Lundi 13 Novembre		Mardi 14 Novembre	
9h30-10h30	Accueil - Café	9h20 - 10h00	J. Charrier
10h30-10h40	Mot d'accueil	10h00 - 10h40	Y. Gao
10h40-11h20	O. Lemaitre	10h40 - 11h10	Pause café
11h20-12h00	R. Scheichl	11h10 - 11h50	D. Di Pietro
12h00-13h30	Pause repas	11h50 - 12h30	C. Chainais
13h30-14h10	N. Seguin	12h35 - 14h00	Pause repas
14h10-14h50	L. Beaudé	14h00 - 14h40	M. Vohralik
14h50-15h30	F. Smaï	14h40 - 15h20	I. Kissami
15h30-16h00	Pause café		
16h00-16h40	N. Seigneur		
16h40-17h20	R. Meignen		
17h20-18h00	Session poster		
19h30	Repas de conférence		

TABLE 1.1 – Programme des journées "Multiphasiques et Incertitudes".

Les exposés dureront environ 30 minutes, avec 10 minutes de questions et auront lieu dans l'**Amphithéâtre S** du bâtiment S sur le campus de l'Ecole Centrale Nantes (voir plan, Figure 1.1), ainsi que la session poster.



FIGURE 1.1 – Plan du campus de Centrale Nantes.

1.3 Infos pratiques

ACCÈS À L'ECN ([Google Maps](#))

Depuis le centre ville : Prendre le **tram 2**, arrêt **Place du Cirque** direction Orvault Grand Val, sortir à l'arrêt **Centrale-Audencia**

ACCÈS CENTRE VILLE ([Google Maps](#))

Depuis la gare : Sortir gare Nord, prendre le **tram 1** direction François Mitterrand s'arrêter à l'arrêt **Commerce**

Depuis l'aéroport :

- (Direct et rapide) Prendre la navette Aéroport (prix ticket navette : 9 euros) descendre à la gare **sortie sud**. Rejoindre la sortie nord de la gare et prendre le **tram 1**, direction François Mitterrand s'arrêter à l'arrêt **Commerce**.
- (Moins cher) Prendre le bus 48 (prix ticket bus 1h : 1.6 euros), descendre à l'arrêt Neustrie. Prendre le **tram 3** direction Marcel Paul, descendre à l'arrêt **Commerce**.

HÔTEL ([Google maps](#))

Hôtel La Pérouse

Adresse : 3 allée Duquesne 44000 Nantes

Téléphone : +33 (0)2 40 89 75 00

Accès : L'hôtel est situé dans le centre ville de Nantes à côté de l'arrêt **Place du cirque** du **tram 2** et à quelques pas de l'arrêt **Commerce** du **tram 1**.

DÉJEUNERS ET PAUSES CAFÉS

Les pauses cafés auront lieu dans le hall de l'amphi S.

Les déjeuners auront lieu au restaurant "**Le café gourmand**" situé à coté de l'ECN. ([Google maps](#))

REPAS DE CONFÉRENCE

Le repas de conférence aura lieu quant à lui, le **Lundi 13 Novembre à 19h30**.

SAPIO ([Google maps](#))

Adresse : 11 rue de la Clavurerie - Rez de Chaussée - 44000 Nantes

Téléphone : +33 (0)2 40 47 57 06

Accès : Le restaurant est situé dans le centre ville de Nantes à côté de l'arrêt **Place du cirque** du tram 2.

2 Résumés

2.1 Conférenciers invités

Titre : ÉCOULEMENTS DE DARCY DIPHASIQUES COMPOSITIONNELS THERMIQUES : FORMULATION, CONDITION LIMITE SOL-ATMOSPHÈRE ET APPLICATION À LA GÉOTHERMIE HAUTE ÉNERGIE

Orateur : Laurence Beade, *Université de Nice Sophia-Antipolis*, laurence.beade@gmail.com

Résumé : L'objectif de ce travail est d'étudier une nouvelle formulation pour les écoulements de Darcy diphasiques compositionnels thermiques et de le coupler avec une condition limite sol-atmosphère. Le modèle compositionnel contient typiquement le composant eau qui peut se vaporiser en phase gaz et un ensemble de composants gazeux qui peuvent se dissoudre dans la phase liquide. Nous avons choisi une formulation basée sur les pressions, saturations, température et fractions molaires comme ensemble d'inconnues. C'est un choix pratique puisque les lois physiques sont directement exprimées à partir des inconnues. C'est aussi naturel dans les régions monophasiques qui sont généralement dominantes en géothermie. Pour éviter des changements de variables, ce choix d'inconnues est combiné avec l'extension des fractions molaires d'une phase absente par les fractions molaires à l'équilibre thermodynamique avec la phase présente. Cela implique que l'ensemble d'inconnues ne dépend pas des phases présentes. De plus les changements de phases sont exprimées par des contraintes de complémentarité ce qui signifie que les systèmes non-linéaires peuvent être résolus avec un algorithme de type "semi-smoothed Newton". D'autre part, l'interaction entre le milieu poreux et l'atmosphère joue un rôle important sur les flux géothermiques. Puisque le couplage entre les écoulements en milieu poreux et les écoulements de surface serait trop coûteux en temps de calcul à l'échelle de temps et d'espace des réservoirs géothermiques, notre objectif est de modéliser l'interaction sol-atmosphère en utilisant une condition limite avancée. La condition limite sol-atmosphère, basée sur les équations de conservation molaire et thermique à l'interface, tient compte de la vaporisation de la phase liquide dans l'atmosphère, du transfert convectif molaire et thermique, d'une condition de débordement en phase liquide ainsi que de la recharge pluviale et de termes de radiations. Le modèle et la condition limite sol-atmosphère sont appliqués au cas géothermique de Bouillante en Guadeloupe caractérisé par une haute température proche de la surface.

Titre : FREE-ENERGY DIMINISHING DDFV SCHEME FOR CONVECTION-DIFFUSION EQUATIONS

Orateur : Claire Chainais, *Université Lille 1 Sciences et Technologies*, Claire.Chainais@math.univ-lille1.fr

Résumé : The aim of this talk is to introduce a nonlinear Discrete Duality Finite Volume scheme for the approximation of drift-diffusion equations. The scheme is built to preserve the energy/energy dissipation

relation at the discrete level, even on severely distorted meshes. This relation is crucial to capture the long-time behavior of the problem in an accurate way.

It is a joint work with Clément Cancès (Lille) and Stella Krell (Nice).

Titre : LOIS DE CONSERVATIONS SCALAIRES HYPERBOLIQUES STOCHASTIQUES : EXISTENCE, UNICITÉ ET APPROXIMATION NUMÉRIQUE DE LA SOLUTION ENTROPIQUE

Orateur : Julia Charrier, *Université Aix-Marseille*, julia.charrier@univ-amu.fr

Résumé : On s'intéressera dans cet exposé à des lois de conservation scalaires hyperboliques posées sur \mathbb{R}^d avec un bruit multiplicatif du type $g(u)dB(t)$ (où B est un mouvement brownien mono-dimensionnel). Pour cela on considérera des schémas volumes finis monotones. L'objectif central de cet exposé est d'établir à la fois l'existence, l'unicité de la solution (stochastique entropique) et la convergence de l'approximation volumes finis vers cette solution dans L_{loc}^p pour $p < 2$ (sous une condition de CFL renforcée), généralisant des travaux précédents au cas d'un flux plus général. L'apport le plus important par rapport aux travaux précédents est l'utilisation de la solution numérique pour obtenir non seulement l'existence mais l'unicité de la solution (dans les travaux précédents, l'unicité était obtenue en utilisant des approximations visqueuses). On obtient donc une preuve originale du résultat d'unicité (et d'existence) qui ne nécessite pas l'introduction de solutions de problèmes approchés paraboliques et qui, de plus, a pour vocation naturelle d'être la première étape d'un travail ultérieur ayant pour objectif l'obtention d'estimations d'erreur fortes.

C'est un travail en collaboration avec Caroline Bauzet, Vincent Castel et Thierry Gallouët.

Titre : RECENT ADVANCES ON HYBRID HIGH-ORDER METHODS

Orateur : Daniele Di Pietro, *Université de Montpellier*, daniele.di-pietro@umontpellier.fr

Résumé : Hybrid High-Order (HHO) methods are a class of new generation numerical schemes for PDEs with several advantageous features, including : (i) the support of arbitrary approximation orders on general meshes in arbitrary space dimension ; (ii) compliance with the physics, including robustness with respect to the variations of physical coefficients and reproduction of key continuous properties at the discrete level ; (iii) reduced computational cost thanks to hybridization, static condensation, and compact stencil. In this talk we will present recent advances on fundamental topics around HHO methods, as well as applications to problems related to porous media flow.

Titre : UNICITÉ DE LA SOLUTION FAIBLE ENTROPIQUE POUR UN TYPE DE LOIS DE CONSERVATION STOCHASTIQUES

Orateur : Yueyan Gao, *Université de Tohoku*, yueyuangao.wh@gmail.com

Résumé : On considère une loi de conservation stochastique faisant intervenir un processus Q-Wiener. On va d'abord rappeler le résultat que la solution discrète obtenue par une méthode de volumes finis admet une sous-suite qui converge au sens des mesures de Young vers une solution faible entropique à valeurs mesures quand le diamètre maximal des éléments de volumes et le pas de temps tendent vers zéro. Puis, on présente le résultat d'unicité de la solution faible entropique à valeurs mesures de la loi de conservation, qui est obtenu comme un corolaire de l'inégalité de Kato. On présente la démonstration de l'inégalité de Kato, dans laquelle on applique la méthode de doubling variables et on démontre les résultats d'existence et d'unicité de la solution faible de l'équation parabolique stochastique associée. A la fin on va présenter

des résultats de simulations numériques pour quelques équations aux dérivées partielles stochastiques.

C'est un travail en collaboration avec Tadahisa Funaki et Danielle Hilhorst.

Titre : DEVELOPMENT OF AN ADAPTIVE MESH BASED ON AN A POSTERIORI ESTIMATOR FOR RADIONUCLIDE TRANSPORT MODELLING

Orateur : Imad Kissami, *Université Paris 13, IRSN*, imad.kissami-universiteparis13@irsn.fr

Résumé : The disposal of high-level and long lived radioactive waste in deep underground clay formations is investigated by several countries including France. IRSN carries out independent research and studies in order to simulate radionuclide migration from radioactive waste to the biosphere with the MELODIE software. This software makes it possible to simulate, in 2 and 3 dimensions, underground flow and transport of solutes in porous media in saturated or non-saturated conditions, taking also into account radioactive decay and filiation. However, one of the difficulties of such computational modeling lies in dealing with the various geometrical scales and properties heterogeneity of the repository components.

Currently, MELODIE development is focused on optimizing the computational cost of simulations. Indeed, the numerical method and underlying mesh should allow to correctly represent the modeled system, with the required level of precision to reduce the numerical error as well as with reasonable computational power and durations. This presentation will give an overview of IRSN researches related to the optimization of the MELODIE software. These researches concern, on the one hand, the implementation of a mesh refinement strategy based on an a posteriori error method for both saturated and unsaturated conditions and, on the other hand, the parallelization of the resolution strategy based on domain decomposition methods.

This a joint work with H. Amor (IRSN), M. Bourgeois (IRSN) and F. Benkhaldoun (Univ. Paris 13).

Titre : FINITE DIFFERENCE AND PARTICLE METHODS FOR FRACTIONAL DIFFUSION EQUATIONS

Orateur : Olivier Lemaître, *Université Paris-Sud, CNRS*, olm@limsi.fr

Résumé : Anomalous diffusion is a phenomenon that cannot be modeled accurately by second-order diffusion equations, but is better described by fractional diffusion models. The nonlocal nature of the fractional diffusion operators makes substantially more difficult the mathematical analysis of these models and the establishment of suitable numerical schemes. In this presentation I will talk of 2 contributions to the numerical solution of fractional diffusion equations. I will first present the analysis of a finite difference method for diffusion equations with variable coefficient and two-sided fractional derivatives, in one-dimensional bounded domains. Then, I will discuss few particle discretization methods of one-dimensional fractional sub-diffusion equations, in unbounded domains, based on direct differentiation and Particle Strength Exchange methodologies. The accuracy and performance of the particle schemes will be numerically investigated in the case of a constant coefficient. Finally, I will report preliminary results concerning the stochastic case where the coefficient and the fractional orders are uncertain and modeled as random field and variable respectively, and early developments toward their Bayesian estimation.

Titre : REFROIDISSABILITÉ DU CORIUM EN ACCIDENT GRAVE DANS UN RÉACTEUR NUCLÉAIRE

Orateur : Renaud Meignen, *IRSN*, renaud.meignen@irsn.fr

Résumé : Les accidents graves dans les réacteurs nucléaires de type REP ou REB sont dus à un arrêt du refroidissement du cœur (brèche dans le circuit primaire, perte de l'alimentation électrique). Dans ces situations, le cœur du réacteur vient à fondre pour former ce que l'on appelle le "corium", à des températures

proches de 3000 K. Tout l'enjeu pour la sûreté alors est de refroidir le plus rapidement possible ce corium avant qu'il n'engendre une perte du confinement et le relâchement dans l'environnement des produits de fission radioactifs. Ainsi, au cours de diverses phases de l'accident, le combustible ou corium peut se trouver sous forme d'un lit de débris (écroulement de pastilles ou suite à une fragmentation du corium lors d'une interaction avec l'eau). Le corium peut également se retrouver sous une forme plus compacte avec une croûte solidifiée plus ou moins poreuse (fracturée).

Afin de mieux caractériser les diverses possibilités de refroidissement du corium avec l'eau, l'IRSN a engagé divers programmes de travail relatifs à la "refroidissabilité" du corium sous diverses situations. La présentation commencera par un rapide tour d'horizon des programmes et des moyens engagés par l'IRSN et ses partenaires (expériences, codes de calculs). La modélisation proposée dans le logiciel de thermohydraulique multiphasique MC3D (<https://gforge.irsn.fr/gf/project/mc3d/>) sera rapidement décrite. La présentation se focalisera ensuite plus particulièrement sur certaines difficultés rencontrées concernant la modélisation de certaines situations transitoires impliquant des sauts importants en termes de saturation ou aux frontières des lits de débris/croûte, difficultés dues à la très forte non-linéarité des termes de couplages entre phases.

Titre : A HYBRID ALTERNATING LEAST SQUARES - TT CROSS ALGORITHM FOR PARAMETRIC PDES

Orateur : Rob Scheichl, *Université de Bath*, R.Scheichl@maths.bath.ac.uk

Résumé : We consider the approximate solution of parametric PDEs using the low-rank Tensor Train (TT) decomposition. Such parametric PDEs arise for example in uncertainty quantification problems in engineering applications. We propose an algorithm that is a hybrid of the alternating least squares and the TT cross methods. It computes a TT approximation of the whole solution, which is beneficial when multiple quantities of interest are sought. This might be needed, for example, for the computation of the probability density function (PDF) via the maximum entropy method [Kavehrad and Joseph, IEEE Trans. Comm., 1986]. The new algorithm exploits and preserves the block diagonal structure of the discretized operator in stochastic collocation schemes. This disentangles computations of the spatial and parametric degrees of freedom in the TT representation. In particular, it only requires solving independent PDEs at a few parameter values, thus allowing the use of existing high performance PDE solvers. In our numerical experiments, we apply the new algorithm to the stochastic diffusion equation and compare it with preconditioned steepest descent in the TT format, as well as with (multilevel) quasi-Monte Carlo and dimension-adaptive sparse grids methods. For sufficiently smooth random fields the new approach is orders of magnitude faster.

Titre : MODÈLES DÉCOULEMENTS DIPHASIQUES COMPRESSIBLES À DEUX VITESSES

Orateur : Nicolas Seguin, *Université Rennes 1*, nicolas.seguin@univ-rennes1.fr

Résumé : Le but de cet exposé est de revenir sur les modèles d'écoulements diphasiques dans le cas de phases compressibles. On abordera la dérivation de ce type de modèles et les possibilités de rendre rigoureuse celle-ci. Ensuite, les questions d'existence et d'unicité des solutions seront présentées, en lien notamment avec la dissipativité des termes d'échange entre phase. Si le temps le permet, l'approximation numérique de ces modèles sera aussi évoquée.

Titre : LES DIFFICULTÉS DE LA SIMULATION D'ÉCOULEMENTS MULTIPHASIQUES DANS DES MILIEUX POREUX RÉACTIFS

Orateur : Nicolas Seigneur, *Ecole de Mines de Paris*, nicolas.seigneur@mines-paristech.fr

Résumé : Au cours des dernières années, la communauté du transport réactif s’est concentrée sur la description des écoulements multiphasiques compressibles. Dans cet exposé, nous décrirons les difficultés principales liées à cette thématique. Premièrement, les importants contrastes de transport entre phase liquide et gazeuse impliquent une approche de résolution numérique différentes des codes de transport réactifs usuels. Deuxièmement, le couplage avec les interactions chimiques avec la phase liquide peuvent avoir un impact important sur l’écoulement. Troisièmement, l’évolution de la saturation et de la porosité d’un matériau poreux réactif peut avoir un impact important sur la distribution de la phase gazeuse au sein de la structure poreuse. Les relations de Millington-Quirk sont généralement utilisées pour représenter ces effets, et nous discuterons de leur pertinence.

Titre : ECOULEMENTS MULTIPHASIQUES COMPOSITIONNELS : UNE FORMULATION UNIFORME BASÉE SUR LE POTENTIEL CHIMIQUE.

Orateur : Farid Smaï, BRGM, F.Smai@brgm.fr

Résumé : La mise en équations des écoulements multiphasiques et compositionnels en milieux poreux est une question qui reste ouverte au vu des multiples formulations existant dans la littérature. Ces formulations peuvent avoir des propriétés différentes (gestion des disparitions de phases, gestion des barrières capillaires, continuité des variables principales, nombre arbitraires de phase/composants, ...) qu’il apparaît difficile de réunir toutes. Un aspect important d’une formulation est le choix de ses variables principales ; on propose ici une formulation basée sur les potentiels chimiques. La notion de potentiel chimique est issue de la thermodynamique et on verra comment elle s’applique efficacement à la modélisation des transferts en milieux poreux. En particulier, on montrera que cette nouvelle formulation peut gérer un nombre arbitraire de phases et de composants de manière uniforme, c’est-à-dire sans avoir à changer localement de variables ou d’équations selon les phases en présence.

Titre : A SIMPLE A POSTERIORI ESTIMATE ON GENERAL POLYTOPAL MESHES WITH APPLICATIONS TO COMPLEX POROUS MEDIA FLOWS

Orateur : Martin Vohralik, INRIA Paris, martin.vohralik@inria.fr

Résumé : We develop an posteriori error estimate for lowest-order locally conservative methods on meshes consisting of very general polytopal elements. We focus on the ease of implementation of the methodology based on H^1 -conforming potential reconstruction and $H(\text{div})$ -conforming flux reconstruction. In particular, the evaluation of our estimates merely consists in some local matrix-vector multiplications, where, on each mesh element, the matrices are either directly inherited from the given numerical method, or trivially constructed from the element geometry, while the vectors are the degrees of freedom on the given element. We then apply this methodology to unsteady nonlinear coupled degenerate problems describing complex multiphase flows in porous media. Here, on each step of the time-marching scheme, linearization procedure, and linear algebraic solver, we distinguish the corresponding error components. This leads to an easy-to-implement and fast-to-run adaptive algorithm with simultaneously guaranteed overall precision and optimal efficiency ensured through the use of adaptive stopping criteria together with adaptive space and time mesh refinements. Numerous numerical experiments on practical problems in two and three space dimensions illustrate the performance of our methodology.

This is a joint work with Soleiman Yousef (IFPEN).

2.2 Posters

Titre : NOUVELLE APPROCHE MIXTE INTERFACE NETTE/DIFFUSE POUR LA SALINISATION DES AQUIFÈRES

Auteurs : M. M. Diédhiou, *LMJL*, moussamory.diedhiou@univ-nantes.fr

Résumé : Le contexte du sujet est la gestion des systèmes aquifères, en particulier le contrôle de leur exploitation et de leur éventuelle pollution. Comme exemple d'application, nous nous focalisons sur le problème d'eau salée dans les aquifères costaux. Plus généralement, le travail s'applique à tout écoulement miscible et stratifié dans un milieu poreux faiblement déformable. La dérivation du modèle est basée sur le couplage de la loi de Darcy et du principe de conservation de la masse écrit pour le domaine de l'eau douce et pour celui de l'eau salée. Le modèle final obtenu grâce à l'approche mixte entre interface diffuse et interface abrupte a l'avantage de respecter la physique du problème tout en conservant l'efficacité numérique. De plus, le problème 3D est modélisé par un modèle dynamique 2D où la 3ème dimension est traitée via l'évolution des fronts d'eau salée et de la surface libre supérieure de l'aquifère en prenant en compte l'épaisseur de la zone de transition. On obtient un système d'équations aux dérivées partielles de type paraboliques et non dégénérées. Deux résultats d'existence de solutions faibles sont obtenus et des simulations numériques avec la méthode des Éléments-Finis Mixtes pour comparer le nouveau modèle avec un modèle 3D d'écoulement de deux fluides miscibles en milieu compressible saturé.

Titre : POSITIVE NONLINEAR CVFE SCHEME FOR THE COMPRESSIBLE TWO PHASE FLOW IN HETEROGENEOUS AND ANISOTROPIC POROUS MEDIA

Auteurs : E. Quenjel, *ENSAM-Meknès, ECN, LMJL*, El-Houssaine.Quenjel@ec-nantes.fr

Résumé : We develop an a posteriori error estimate for lowest-order locally conservative methods on meshes consisting of very general polytopal elements. We focus on the ease of implementation of the methodology based on H^1 -conforming potential reconstruction and $H(\text{div})$ -conforming flux reconstruction. In particular, the evaluation of our estimates merely consists in some local matrix-vector multiplications, where, on each mesh element, the matrices are either directly inherited from the given numerical method, or trivially constructed from the element geometry, while the vectors are the degrees of freedom on the given element. We then apply this methodology to unsteady nonlinear coupled degenerate problems describing complex multiphase flows in porous media. Here, on each step of the time-marching scheme, linearization procedure, and linear algebraic solver, we distinguish the corresponding error components. This leads to an easy-to-implement and fast-to-run adaptive algorithm with simultaneously guaranteed overall precision and optimal efficiency ensured through the use of adaptive stopping criteria together with adaptive space and time mesh refinements. Numerous numerical experiments on practical problems in two and three space dimensions illustrate the performance of our methodology.

This is a joint work with M. Ghilani (ENSAM-Meknès), M. Saad (ECN).

Titre : NUMERICAL SCHEME FOR A STRATIGRAPHIC MODEL WITH EROSION CONSTRAINT AND NONLINEAR GRAVITY FLUX

Auteurs : N. Peton, *IFPEN*, nicolas.peton@ifpen.fr

Résumé : In this work, we study an extension of the model introduced by Eymard et al. [Int. J. Numer. Methods Engrg. 60, 527–248 (2004)] for the simulation of large scale transport processes of sediments, subject to an erosion constraint. The novelty we consider lies in the diffusion law relating the flux of sediments and the slope of the topography, that now involves a p-Laplacian with $p > 2$ in order to get more realistic landscape evolutions. This physical sophistication entails the construction of an entirely new numerical scheme, the details of which shall be supplied.

Titre : UN SYSTÈME HYPERBOLIQUE AVEC UN TERME SOURCE DISCONTINU EN L'INCONNUE

Auteurs : T. Pichard, *Laboratoire Jacques-Louis Lions*, pichard@ljl11.math.upmc.fr

Résumé :

Nous étudions un système d'équations ([2]) pour un écoulement liquide-vapeur avec ébullition de la forme

$$\partial_t U + \partial_x F(U) = S(U) \tag{2.1}$$

où l'inconnue $U = (\rho_v, \rho, \rho u, \rho e)$ est composée de la densité de vapeur ρ_v et des densité, quantité de mouvement et d'énergie $(\rho, \rho u, \rho e)$ du fluide homogénéisé (liquide et vapeur ensemble). L'ébullition est modélisée à travers le terme source

$$S(U) = \begin{cases} S_n & \text{si } h(U) \leq h^{eb} \\ S_{eb} & \text{si } h(U) > h^{eb} \end{cases}$$

qui prend deux valeurs distinctes si l'enthalpie h du système est en dessous (simple chauffage du fluide) ou au-dessus (chauffage + création de vapeur) d'un seuil h^{eb} . Le terme source S est donc une fonction discontinue de l'inconnue U . Les approches naïves pour discrétiser (2.1) produisent généralement des artefacts numériques (oscillations, pression négative ou vitesses d'ondes non-physique). Afin d'étudier l'influence de la discontinuité du terme source, nous nous ramenons à un système plus simple de deux équations scalaires avec des flux linéaires

$$\begin{aligned} \partial_t u - \partial_x u &= \begin{cases} a & \text{si } u + v \leq 0, \\ b & \text{sinon.} \end{cases} \\ \partial_t u + \partial_x u &= \begin{cases} c & \text{si } u + v \leq 0, \\ d & \text{sinon.} \end{cases} \end{aligned}$$

Nous montrons dans un premier temps que ce système a une solution via la méthode des caractéristiques. Puis nous proposons une méthode numérique pour approcher cette solution qui ne présente pas d'artefacts. En particulier nous étudions les schémas équilibres basés sur le décentrement des sources ([1, 3]).

Ceci est un travail en collaboration avec N. Aguillon, B. Després, E. Godlewski, M. Ndjinga.

RÉFÉRENCES

- [1] A. Bermudez and M. E. Vazquez. Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms. *Comput. & Fluids*, 23(8) :1049–1071, 1994.
- [2] M. Ishii and T. Hibiki. *Thermo-fluid dynamics of two-phase flows*. Springer, 2011.
- [3] R. J. Leveque and H. C. Yee. A study on numerical methods for hyperbolic conservation laws with stiff source term. Technical report, NASA, 1988. 1