

QuAMProcs Meeting #6

18-19 Janvier 2024 , Laboratoire J. Leray, Nantes

Jeudi 18 Janvier

9h-10h J. VIOLA (NANTES): Décompositions en paquets d'ondes et décroissance en temps court pour opérateurs quadratiques partiellement elliptiques.

Abstract: Pour les hamiltoniens quadratiques et les paquets d'ondes, la correspondance entre la géométrie et la mécanique quantique est presque exacte. On va introduire les notions de base des paquets d'ondes et les décompositions associées. Puis on va donner des applications : évolutions de modèles quantiques et quelques remarques sur des caractères de Dirichlet. Finalement, on va expliquer comment la décroissance lente pour des opérateurs partiellement elliptiques apparaît avec ces paquets d'ondes.

10h-10h30 Pause Café

10h30-11h30 V. ARNAIZ (BORDEAUX): Phénomènes deux-microlocaux dans l'analyse à haute énergie d'opérateurs sous-elliptiques.

Abstract: Dans cet exposé, je présenterai quelques résultats récents et travaux en cours sur l'analyse de la distribution à haute fréquence des fonctions propres et plus généralement des solutions d'EDPs associées à des opérateurs sous-elliptiques. Nous aborderons en particulier le cas de l'opérateur de Baouendi-Grushin, des laplaciens sous-riemanniens perturbés en dimension trois ou du sous-laplacien de Martinet. La principale méthode d'analyse est basée sur la décomposition de l'espace des phases à différentes échelles à l'aide de méthodes deux-microlocaux. Cet exposé est partiellement basé sur des résultats obtenus avec Chenmin Sun et Gabriel Rivière.

11h35-12h35 J. REYGNER (CERMICS): Simulation numérique de la QSD d'une diffusion.

Abstract: La distribution quasi-stationnaire (QSD) d'un processus de Markov est un objet important pour décrire son comportement métastable. D'un point de vue numérique, plusieurs algorithmes d'accélération nécessitent de savoir échantillonner des points selon cette distribution. Pour des processus de diffusion, une méthode d'interaction avec la mesure d'occupation a été étudiée par Benaïm, Champagnat et Villemonais. Dans cet exposé, je présenterai cette méthode ainsi que sa version discrétisée en temps à l'aide d'un schéma d'Euler à pas décroissant, qui converge vers la QSD de la diffusion sans erreur de discrétisation supplémentaire. Il s'agit d'un travail en collaboration avec Fabien Panloup.

12h35-14h Déjeuner

14h-15h R. NADER (RENNES): Metastability in slowly time-dependent non-singular or singular stochastic PDEs.

Abstract: We consider slowly time-dependent stochastic partial differential equations (SPDEs) driven by space-time white noise. These SPDEs are not always well-posed. On the one-dimensional torus, we show that this problem does not occur. We are interested in SPDEs subjected also to a time-periodic driving force which vanishes on three equilibrium branches, two of which come close to each other at particular times. We show the effect of stochastic resonance on the system: the dynamic changes when the noise intensity crosses a critical value. The probability that solutions of the SPDE make transitions between stable equilibria is exponentially small below the threshold, while for a larger noise intensity transitions happen with high probability. On the other hand, on the two-dimensional torus, the SPDEs are ill-defined and a renormalisation in the Wick sense is needed because space-time white noise is more singular in dimension two than in dimension one. We show that sample paths stay near stable equilibrium branches with high probability. We discuss a case involving a pitchfork bifurcation characterized by a delay of the transition from the unstable to the stable state.

15h05-16h05 T. LELIÈVRE (CERMICS): A spectral approach to the narrow escape problem in the disk.

Abstract: We study the narrow escape problem in the disk, which consists in identifying the first exit time and first exit point distribution of a Brownian particle from the ball in dimension 2, with reflecting boundary conditions except on small disjoint windows through which it can escape. This problem is motivated by practical questions arising in various scientific fields (cellular biology, molecular dynamics). We apply the quasi-stationary distribution approach to metastability, which requires to study the eigenvalue problem for the Laplacian operator with Dirichlet boundary conditions on the small absorbing part of the boundary, and Neumann boundary conditions on the remaining reflecting part. We obtain rigorous asymptotic expansions of the first eigenvalue and of the normal derivative of the associated eigenfunction in the limit of asymptotically infinitely small exit regions, which yields asymptotic expansions of the first exit time and first exit point distribution starting from the quasi-stationary distribution within the disk.

This is a joint work with M. Rachid and G. Stoltz

16h05-19h Discussions libres

19h30 Diner social - restaurant La Cigale, 4 Pl. Graslin, Nantes

Vendredi 19 Janvier

9h-10h L.-P. CHAINTRON (PARIS): Limite champ moyen d'un système conditionné.

Abstract: La mesure empirique d'un système de particules en champ-moyen a un comportement métastable lorsque le processus non-linéaire limite a plusieurs distributions stationnaires. Un exemple 1D célèbre est le cas de particules dans un double-puits, avec terme d'interaction quadratique : le processus non-linéaire a trois stationnaires, une de moyenne positive, une de moyenne nulle et une de moyenne négative. Pour étudier la mesure empirique proche de cette dernière, on conditionne les particules à garder une moyenne négative. Par des méthodes de grandes déviations, on montre que la limite

champ moyen de ce système conditionné correspond à un problème de contrôle stochastique avec contraintes en lois. La résolution de ce problème passe par des estimées fines sur une équation de Hamilton-Jacobi, et ouvre des perspectives pour l'étude en temps long du système conditionné.

10h-10h30 Pause Café

10h30-11h30 M. BENEFICE (BORDEAUX): Successful couplings of Brownian motions in subRiemannian manifolds

Abstract: Coupling is an interesting method to obtain results in Probability, Optimal transport but also in Analysis and Geometry. In particular, it is useful to study hypoelliptic diffusions as it doesn't need the intervention of some geometric or analytic objects that are difficult to define. In this talk I will study couplings of the subelliptic Brownian motion in subRiemannian manifolds. I will present the constructions of successful couplings on the Heisenberg group, $SU(2)$ and (under some hypothesis) on $SL(2, \mathbb{R})$. I will also give some direct applications on the associated semi-group and on harmonic functions.

11h35-12h35 N. PETRELIS (NANTES): Localisation multi-site d'une marche aléatoire faiblement auto-évitante dans un potentiel à queue lourde

Abstract:

12h35-14h Déjeuner

14h-15h P.-E. CHAUDRU DE RAYNAL (NANTES): TBA