Université de Nantes | **Licence STPI L1**
Module Mathématiques 2 | **Année 2005/2006**

Liste n°4
Systèmes Linéaires

Exercice 1. *Résoudre les systèmes linéaires suivants :*

$$(S_1)\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & + & z & = & 5 \\ 4x & - & y & + & z & = & 5 \\ x & + & 4y & - & 2z & = & 1 \end{array}\right.
\qquad
(S_3)\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 3x & - & 3y & + & z & = & 0 \\ x & - & y & & & = & 0 \\ -x & + & y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$$

$$(S_2)\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x & - & y & + & z & = & 7 \\ x & - & 2y & + & 3z & = & 21 \\ -2x & - & y & + & 2z & = & 14 \end{array}\right.
\qquad
(S_4)\left\{\begin{array}{rcrcrcl} -x & + & 2y & - & z & = & 0 \\ -x & & & - & 2z & = & 0 \\ 4x & - & 8y & + & 4z & = & 0 \end{array}\right.$$

Exercice 2. "Résolution avec un paramètre"
Résoudre les systèmes suivants dépendant du paramètre μ :

$$(S_1)\left\{\begin{array}{rcrcl} \mu x & + & (\mu^2-1)y & = & 0 \\ x & + & \mu y & = & 1 \end{array}\right.
\qquad
(S_3)\left\{\begin{array}{rcrcrcl} \mu x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & \mu y & + & z & = & \mu \\ x & + & y & + & \mu z & = & \mu^2 \end{array}\right.$$

$$(S_2)\left\{\begin{array}{rcrcl} \mu x & + & y & = & \mu \\ 8x & + & \mu^2 y & = & 4\mu \end{array}\right.$$

Exercice 3. "Un peu de géométrie dans le plan $\mathbb{R}^2$ "

1. *Déterminer une équation de la droite $(\mathcal{D})$ passant par les points suivants*

   $A = \big(1;0\big)$ $\qquad$ $B = \big(3;5\big)$

2. *Déterminer une équation de l'ellipse $(\mathcal{E})$ centrée en l'origine, admettant les axes des abscisses et des ordonnées comme grand axe et petit axe, et passant par les points suivants*

   $A = \big(-3;1\big)$ $\qquad$ $B = \big(2;-2\big)$

3. *Déterminer une équation de la parabole $(\mathcal{P})$ passant par les points suivants*

   $A = \big(-1;0\big)$ $\qquad$ $B = \big(-3;2\big)$ $\qquad$ $C = \big(2;18\big)$

Exercice 4. "Un peu de géométrie dans l'espace $\mathbb{R}^3$ "

1. *Déterminer une équation du plan passant par les points suivants*

   $A = \big(1;0;2\big)$ $\qquad$ $B = \big(-2;3;5\big)$ $\qquad$ $C = \big(0;3;-8\big)$

2. *Déterminer l'intersection des trois plans suivants*

$$(\mathcal{P}_1)\ : x+y-z=1 \qquad (\mathcal{P}_2)\ : x+y+z=0 \qquad (\mathcal{P}_3)\ : -x+2y+3z=2$$

Exercice 5. "Avec les formules de Cramer"
Retrouver l'ensemble des solutions des systèmes $(\mathcal{S}_1)$ *et* $(\mathcal{S}_2)$ *de l'Exercice 2 à l'aide des formules de Cramer.*

Exercice 6. "Petits calculs cachés de vecteurs propres"

1. *On cherche à résoudre le système suivant en fonction du paramètre* λ *:*

$$(\mathcal{S}_\lambda)\ \left\{\begin{array}{rcrcrcl} -\lambda x & + & y & & & = & 0 \\ x & - & \lambda y & + & z & = & 0 \\ & & y & - & \lambda z & = & 0 \end{array}\right.$$

Pour quelles valeurs de λ*, le système* $(\mathcal{S}_\lambda)$ *admet-il des solutions non nulles ?*
Dans ces cas, déterminer l'ensemble des solutions de $(\mathcal{S}_\lambda)$*.*

2. *Faire de même avec le système suivant*

$$(\widetilde{\mathcal{S}}_\lambda)\ \left\{\begin{array}{ccccccc} (5-\lambda)x & - & 17y & + & 25z & = & 0 \\ 2x & - & (9+\lambda)y & + & 16z & = & 0 \\ x & - & 5y & + & (9-\lambda)z & = & 0 \end{array}\right.$$