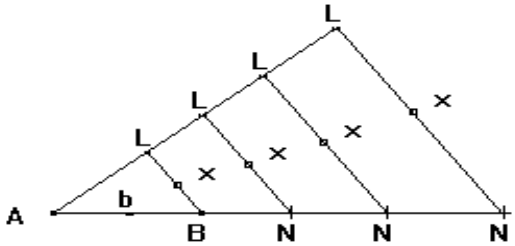
Bernard Lamy

L'œuvre de Descartes n'étant pas accessible aux profanes à l'écart du mouvement scientifique, le Révérend Père Bernard Lamy écrit un ouvrage de vulgarisation, les *« Elémens de Géométrie ou de la mesure de l'étendue »*, dans lequel il développe l'analyse mathématique de Descartes. Dans la préface de ce traité, Lamy précise ses intentions : *« mon principal dessein est de contribuer à rendre l'esprit exact et pénétrant, à quoi la Méthode, que les Géomètres appellent Analyse, est particulièrement utile ; je tâche dans le sixième Livre de donner une idée de cette Méthode, appliquant à la Géométrie ce que j'en ai dit ailleurs par rapport à la grandeur en général. »*
Cet ouvrage a été très apprécié par les contemporains du père Lamy à en juger par les rééditions successives entre 1685 et 1758.
Le texte qui suit est tiré du Livre VI des *Elemens de Géométrie* ($5^{\text{ème}}$ édition 1731).

> […] Une construction ou effection Geometrique est donc un lieu, si ce n'est pas seulement un point qu'on propose de trouver, mais une suite de plusieurs points, qui comparez avec un certain point & une certaine ligne droite, ayent entr'eux les mêmes rapports. Et alors l'équation, qui exprime ces rapports, s'appelle un Lieu ; & le Problème qu'on entreprend de résoudre, est aussi un Lieu.
> […] Les Problèmes, qui sont indéterminez, sont des Lieux ; car ils peuvent avoir plusieurs différentes solutions. Voyons en des exemples ; & comme toutes les résolutions s'expriment par une seule Equation, commençons par un lieu qui soit une ligne. La ligne LL en sera un, si l'on peut mener de tous les points les lignes LN, LN parallèles, qui rencontrent une ligne droite AN ; & ayant pris sur la ligne AN un point A à volonté, chaque ligne LN a un même rapport à la partie AN, qu'elle fait par sa rencontre. Par exemple, si la ligne LL est droite, & qu'elle rencontre la ligne droite AN en A, il est évident que chaque ligne droite LN a un même rapport à chaque partie AN ; ce qui se peut exprimer par cette équation $y = \frac{bx}{a}$. Si je suppose que le rapport proposé est comme de a à b, & que les lignes indéterminées soient LN = x , & AN = y : car puisque a.b : : x.y[1] ; donc le produit de b par x, qui est bx divisé par a, sera la valeur de y ; ainsi $y = \frac{bx}{a}$. Cette équation marque que ce lieu est une ligne ; car il n'y a qu'elle qui a cette propriété, que toutes les lignes qu'on tirera de AL sur AN, seront toutes à AN comme a est à b ; ainsi vous voyez que le Problème où il s'agit de trouver LL est un lieu ; qu'ainsi ce problème est indéterminé, étant capable de différentes résolutions ; & ce lieu ne peut être qu'une ligne droite : car il n'y a que celle dont LL occupe la place, qui ait les proprietez de la ligne droite.

---

[1] a.b : : x.y signifie « a est à b comme x est à y » , autrement dit $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$



Dans ce problème, Lamy caractérise l'objet « droite » par une équation. Il se donne une droite (AB) et une direction (LB) ; il pose AB = b et LB = a (non explicitement dit dans le texte).Il explique alors que tout point L de la droite (AL) vérifie $\frac{LN}{AN}=\frac{a}{b}$ et que, seuls les points de cette droite vérifient cette propriété. L'ensemble des points L a donc pour équation $y=\frac{bx}{a}$.

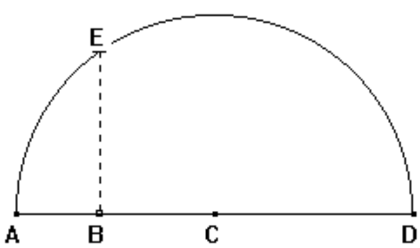
Ici il n'y a pas de repère, ou alors on peut considérer que le repère est lié à la figure.

Nous vous proposons un exercice qui vous aidera à mieux comprendre.

Exercice : Une droite (D) étant donnée et un point A pris « à volonté » sur (D), construire la droite ayant pour équation $y=\frac{2}{3}x$*. Cette droite est-elle unique ?*

Voyons un deuxième exemple de lieu proposé par Lamy :

> Un Problème est un lieu à un cercle, & il est indéterminé, quand on propose de trouver une ligne dont le quarré soit égal à un plan[2] ; car alors il faut de nécessité supposer des grandeurs connues, comme par exemple que les côtez du plan sont a & b ; que AB = a, & BD = b. AD = a+b, & AC = CD.
>
> Sur C comme centre je fais un cercle, & sur B la perpendiculaire BE, alors AB.BE : :BE.BD ; ainsi si BE = x, donc ab = xx ou $\frac{ab}{x}=x$. Ce Problème est indéterminé : car quelque raison que je suppose entre les parties de AD, le quarré de la ligne qui tombera perpendiculairement entre les deux points A & D, aura toujours son quarré égal au plan des parties de AD, c'est-à-dire, que ab = xx, ou $\frac{ab}{x}=x$. Ce Problème peut donc avoir une infinité de résolutions. […]
>
> Il n'y a que le cercle, qui dans toutes ses parties ait toujours cette équation.



[2] plan : produit de deux longueurs

Dans ce problème, Lamy caractérise l'objet « cercle » par une équation. Reprenons la démarche de Lamy avec des notations qui nous sont plus habituelles :

On pose AD = m (c'est un paramètre), AB = a (c'est une variable), BD = m - a (Lamy a posé BD = b mais la somme AB + BD est constante et égale à AD), BE = x (qui va servir à caractériser les points du cercle).

On a donc $\frac{AB}{BE} = \frac{BE}{BD}$ (propriété connue du triangle rectangle), c'est-à-dire $\frac{a}{x} = \frac{x}{m-a}$, ou encore $x^2 = a(m - a)$. *« Ce Problème peut donc avoir une infinité de résolutions »,* dit Lamy ; en effet, on obtient tous les points du cercle en faisant varier a.

Ici encore on a l'équation d'une ligne en dehors de tout repère, ou alors dans un repère implicitement lié à la figure.

Exercice : Quelle serait l'équation du cercle obtenue en prenant un repère orthonormal ayant pour axe des abscisses (AD) et pour axe des ordonnées la perpendiculaire à (AD) passant par A ?