

Devoir libre n°1

À rendre pour le mercredi 25 février

Exercice I

Soit l'équation différentielle

$$y'' - 3y' + 2y = 0 \quad (E).$$

- 1) Déterminer le système du premier ordre associé à (E) , résoudre ce système et en déduire les solutions de l'équation (E) .
- 2) Tracer le portrait de phase de (E) dans le plan (y, y') .

Exercice II

1) Soit $A(t) = \begin{pmatrix} 2t & -1 \\ 1 & 2t \end{pmatrix}$.

- a) Montrer qu'il existe une matrice inversible P indépendante de t et une matrice diagonale $D(t)$ telles que $P^{-1}A(t)P = D(t)$.
 - b) En utilisant un changement de variables, montrer que la résolution du système $x' = A(t)x$ équivaut à la résolution du système $y' = D(t)y$.
 - c) Résoudre le système $y' = D(t)y$.
 - d) En déduire les solutions du système $x' = A(t)x$.
 - e) Calculer la résolvante $R_{t_0}^t$ dans la base canonique de \mathbb{R}^2 de l'équation $x' = A(t)x$.
- 2) Résoudre le système $x' = A(t)x + B(t)$ avec $B(t) = \begin{pmatrix} t \cos t \\ t \sin t \end{pmatrix}$.