JFM 66.1356.02

Morse, M.

Rank and span in functional topology. (English)

Ann. Math., Princeton, (2) 41, 419-454.

Published: **1940**

Verf. ergänzt seine früheren Untersuchungen über die kritischen Werte (absolute und relative Minima, Minimaxwerte usw.) einer Funktion F, die auf einem metrischen Raum R definiert ist: diese kritischen Werte stehen in Zusammenhang mit gewissen relativen Vietoris-Zykeln verschiedener Dimension 0, 1, ... und werden entsprechend 0-Wert, 1-Wert, ... genannt; es sei m_k die Anzahl der kritischen k-Werte; es sei p_l die l-te Bettische Zahl des Raumes R; die Theorie sucht die Zahlen m_k und p_l in Verbindung zu bringen. In den wichtigsten Anwendungen sind die p_l bekannt und endlich, und von den kritischen Werten ist nichts bekannt (z. B. können die m_k unendlich sein); die bisherigen Theorien beruhten aber auf gewissen Annahmen über die kritischen Werte, die bei den Anwendungen nicht feststellbar waren und zu bedauerlichen Umwegen zwangen (so war z. B. angenommen, daß die kritischen Werte sich höchstens bei $+\infty$ häufen). Verf. beseitigt jetzt solche Annahmen dank der Einführung des Begriffs der Spanne: die "Spanne" eines relativen Zykels ist der Unterschied zwischen dem oberen und unteren Zykelgrenzwert (superior and inferior cycle limit – Begriffe, die Verf. schon früher benutzt hat); ähnlicherweise kann die Spanne eines kritischen Wertes eingeführt werden. Es sei m_k^e die Anzahl der kritischen k-Werte, deren Spanne höher als e ist ($e > 0$); es sei n_{k+1}^e die Anzahl der k-dimensionalen Zykel, die in R homolog null sind und deren Spanne höher als e ist; unter Voraussetzungen über F und R, die sehr allgemein und praktisch erfüllt sind, beweist Verf., daß m_k^e und n_k^e endlich sind und daß

$$m_k^e = n_k^e + n_{k+1}^e + p_k \qquad (k = 0,\ 1,\ \dots)$$

ist; diese Beziehung enthält und erweitert alle seine früheren Ergebnisse.

Leray, J.; Prof. (Paris)

Cited in ...