Jahrbuch Database – Electronic Research Archive for Mathematics

---

JFM 67.1108.01

Kravtchenko, J.

Sur le problème de représentation conforme de Helmholtz; théorie des sillages et des proues. (French)

J. Math. pur. appl., Paris, (9) 20, 35-106, 107-234, 235-303.

Published: **1941**

Diese Untersuchung der Unstetigkeitsfläche, die ein Hindernis in einer ebenen, durch eine oder zwei gerade Wände begrenzten Strömung erzeugt, ist hauptsächlich theoretisch; sie führt zu keinem numerischen Ergebnis. Die benutzten Methoden sind nicht neu; aber die Einfachheit und Tragweite der Schlüsse sind bemerkenswert. Sie zeigen, daß die Theorie der Unstetigkeitsfläche geeignet ist für sehr allgemeine Arten von Hindernissen, nämlich Hindernissen, die der Strömung einen großen Widerstand bieten.

Kap. I berichtet über Arbeiten von Helmholtz, Levi-Civita, Villat und entwickelt sorgfältig die Eigenschaften der auftretenden Funktionen und Parameter. Verf. führt den Stetigkeitsmo $c \cdot |\log \varepsilon|^{-n}$ ein, dessen Brauchbarkeit im Kap. III zum Ausdruck kommt.

Kap. II vervollständigt die Untersuchungen der Gültigkeitsbedingungen von Brillouin, die von Villat, Jacob und Leray angestellt worden sind, er setzt voraus, daß das Hindernis eine Kurve ist, die von den Parallelen zu den Wänden in höchstens einem Punkt getroffen wird. Die Zahl der Wendepunkte der Strömungslinien kann mit Hilfe der Wendepunkte des Hindernisses abgeschätzt werden, und so kann in verschiedenen Fällen die Konvexität der Strömungslinien bewiesen werden. Längs den geraden Wänden ist die Strömungsgeschwindigkeit kleiner als in der freien Strömung und stellt ein Minimum dar. Wenn das Hindernis eine "Klammer" ist (bei der die Krümmung der äußeren konvexen Bogen gegen die Endpunkte wächst), genügt die Unstetigkeitsfläche dem System der Gültigkeitsbedingungen von Brillouin, sobald die Strömungslinien sich stromabwärts ablösen.

Kap. III untersucht die folgende Aufgabe: Entspricht einem gegebenen Hindernis bei gegebenen Wänden stets eine Unstetigkeitsfläche? Diese Aufgabe heißt Unstetigkeitsflächenaufgabe, wenn man fordert, daß die Strömungslinien sich von dem Hindernis an seinen Endpunkten lösen; wenn man dagegen voraussetzt, daß sie sich entweder an den Endpunkten und stromabwärts oder auch anderswo und am Bug ablösen, heißt die Aufgabe Bugaufgabe. Verf. verallgemeinert Schlußweisen, die bisher nur in den einfachsten Fällen unbegrenzter Strömungen entwickelt worden sind, und beweist, daß jede der beiden Aufgaben mindestens eine Lösung besitzt. Diese Existenzsätze werden mit Hilfe der Theorie der Funktionalgleichungen von Leray und Schauder auf gewisse Abschätzungen der unbekannten mittels der gegebenen Größen zurückgeführt. Fast alle diese Abschätzungen ergeben sich aus einem Hilfssatz über die Ränderzuordnung bei der konformen Abbildung. Verf. betont die Anwendungsmöglichkeiten dieses Hilfssatzes. Überdies kann Verf. auf Grund dieses Hilfssatzes entscheiden, wie sich die unbekannten Funktionen und Parameter, die die Unstetigkeitsfläche bestimmen, verhalten, wenn die Wände einen beliebig kleinen Abstand vom Hindernis haben, und sogar (und das ist eine sehr delikate und originelle Untersuchung), wenn die Entfernung des Hindernisses von der einen Wand gegen Null geht. Die Darstellung besitzt leider einige Unsauberkeiten

(Verf. verwechselt zuweilen die beiden Begriffe: beschränkte Funktion und Funktion, deren Werte sämtlich endlich sind) und einen falschen Schluß (Nr. 25, S. 189), der leicht richtigzustellen ist.
Unter weiterer Verallgemeinerung der nur in den einfachsten Fällen entwickelten Schlüsse untersucht Verf. im Kap. IV die Variationsgleichung der Unstetigkeitsflächenaufgabe; er zeigt, daß diese Gleichung gleichbedeutend ist mit einer Aufgabe der von Weinstein behandelten Art, auf die ein Hilfssatz von Friedrichs anwendbar ist. So erhält Verf. Ergebnisse über die Art, wie die Unstetigkeitsfläche sich verändert, wenn man die Wände beliebig wenig verschiebt oder das Hindernis beliebig wenig verlängert. Mit Hilfe der Theorie der Funktionalgleichungen von Leray und Schauder beweist er, das jedes der folgenden Probleme eine Lösung besitzt: Die Aufgabe der symmetrischen Unstetigkeitsfläche, die symmetrische Bugaufgabe für die Klammer, die Unstetigkeitsflächenaufgabe für ein konvexes Hindernis und die Bugaufgabe für einen konvexen Kreisbogen.

Leray, J.; Prof. (Paris), [ZBL]
Cited in ...