Université de Nantes **Année 2005-2006**
Faculté des Sciences et des Techniques
Département de Mathématiques

S3M02-Géométrie euclidienne - Contrôle continu 2

Tous les documents et machines sont interdits

7 décembre 2005

Exercice 1. On considère l'application affine $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ définie par $f(x,y) = (x', y')$, où :

$$\begin{cases} x' = \dfrac{3}{5}\,x + \dfrac{4}{5}\,y + 1 \\[2ex] y' = \dfrac{4}{5}\,x - \dfrac{3}{5}\,y + \alpha\,, \end{cases}$$

α étant un paramètre réel fixé.

1. Montrer que f est une isométrie affine. Préciser la nature de $\overrightarrow{f}$.
2. Décrire f suivant les valeurs du paramètre α. On déterminera, s'il y a lieu, l'axe de symétrie ou le vecteur de translation éventuels.

Exercice 2. Dans le plan affine euclidien, on considère un triangle non aplati ABC. On appelle A' le milieu de BC, B' le milieu de AC et C' le milieu de AB.
Soit M un point du plan. On appelle P l'image de M par la symétrie par rapport au point A', Q l'image de M par la symétrie par rapport au point B' et R l'image de M par la symétrie par rapport au point C'.

1. Vérifier que l'application affine qui envoie A' sur P, B' sur Q et C' sur R est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.
2. Soit G l'isobarycentre des points A, B et C.
   (a) Montrer que G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC et que $\overrightarrow{GA'} = -\dfrac{1}{2}\,\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GB'} = -\dfrac{1}{2}\,\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GC'} = -\dfrac{1}{2}\,\overrightarrow{GC}$.
   (b) En déduire une application affine qui envoie A sur A', B sur B' et C sur C'.
3. En utilisant 1) et 2.b), trouver une application affine qui envoie le triangle ABC sur le triangle PQR.
4. En déduire que les segments AP, BQ et CR se coupent en leurs milieux.