Université de Nantes **Année 2005-2006**
Faculté des Sciences et des Techniques
Département de Mathématiques

S3M02-Géométrie euclidienne
Devoir

Exercice 1. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice dans la base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ est

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Montrer que f est une isométrie.
2. Montrer que f est la composée d'une rotation et d'une symétrie (on précisera l'axe et l'angle (au signe près) de la rotation, ainsi que le plan de la symétrie).

Exercice 2. Soient A et B deux points distincts du plan affine $\mathbb{R}^2$. Montrer que l'application qui à un point M du plan associe l'isobarycentre des points A, B et M, est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.

Exercice 3. Soit ABC un triangle (non aplati) du plan affine $\mathbb{R}^2$. On note respectivement r_A, r_B, r_C, les rotations de centres A, B et C, d'angles $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$, $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}})$.
On considère l'application affine $f := r_C \circ r_B \circ r_A$.

1. Déterminer l'application linéaire associée $\overrightarrow{f}$. En déduire que f est une symétrie par rapport à un point.
2. On suppose que le triangle ABC est équilatéral. Montrer que le centre de la symétrie f est B.