NOM: | **DEUG MIAS 2001/2002 – Mathématiques 2**

Prénom: | **Lundi 4 mars 2002**

Numéro de groupe de TD:

Interrogation écrite

Tous documents et calculatrices interdits

Analyse

On définit une suite réelle (x_n) en posant $x_0 = 2$, puis $x_{n+1} = \frac{1}{3}(2 + x_n)$ pour tout $n \geq 0$.

(1) Démontrer que pour tout $n \geq 0$, on a $x_n \in \left]1, 3\right[$.

(2) Démontrer que la suite (x_n) est décroissante .

(3) Démontrer que la suite (x_n) est convergente .

(4) Donner, avec toutes les justifications nécessaires, la limite de la suite (x_n) .

Exercice d'algèbre au verso

Algèbre

On rappelle le résultat suivant du cours:

Théorème (de la dimension) .
(a) *Dans un espace vectoriel de dimension finie, toutes les bases ont le même nombre d'éléments.*
(b) *Dans un espace de dimension n, toute famille libre possède au plus n éléments.*
(c) *Dans un espace de dimension n, toute famille génératrice possède au moins n éléments.*

Questions . Soit $\mathcal{U}$ une famille de n vecteurs de l'espace vectoriel $\mathbf{R}^3$. On propose les quatre affirmations ci-dessous numérotées de **(1)** à **(4)**. Pour les affirmations que vous pensez vraies, justifiez-les à l'aide d'un des résultats (a), (b) ou (c) rappelés ci-dessus. Pour les affirmations que vous pensez fausses, justifiez votre opinion en donnant un contre-exemple explicite, c'est-à-dire une famille $\mathcal{U}$ de vecteurs de $\mathbf{R}^3$ qui ne vérifie pas l'affirmation en question.

(1) Si $\mathcal{U}$ est une famille libre, alors $n \leq 3$.

(2) Si $n < 3$, alors $\mathcal{U}$ est une famille libre .

(3) Si $\mathcal{U}$ est une famille génératrice, alors $n \geq 3$.

(4) Si $n > 3$, alors $\mathcal{U}$ est une famille génératrice .

Exercice d'analyse au recto