

Nom :
Prénom :
N° de groupe de TD :

Interrogation écrite

19 février 2003

Durée : 45 minutes

Le sujet comprend deux pages, sur lesquelles la solution sera rédigée. Ni documents ni calculatrice autorisés. Les réponses seront soigneusement justifiées.

I

On se place dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z), x, y, z \in \mathbb{R}\}$ et on considère les sous-espaces

$$E_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x = 2y\}, \quad E_2 = \mathbb{R}(1, 0, \sqrt{2}).$$

(1) Donner une base de E_1 .

(2) Donner une base de E_2 .

(3) Les sous-espaces E_1 et E_2 sont-ils supplémentaires ?

(4) Montrer que la partie $P_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 = y^2\}$ n'est pas un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .

II

Soient f, g les fonctions à valeurs réelles définies sur $[-2, +\infty[$ et \mathbb{R} respectivement par

$$f(x) = \frac{1}{10+x}, \quad x \in [-2, +\infty[, \quad g(y) = y^2, \quad y \in \mathbb{R}.$$

(1) Calculer $\sup_{x \in [-2, +\infty[} f(x)$

(2) Montrer que la fonction $f \circ g$ est bien définie. Est-elle majorée?

(3) Calculer $\sup\{f \circ g(n), n \in \mathbb{N}\}$.

(4) Calculer $\inf_{x \in [-2, +\infty[} g \circ f(x)$.