

Sujet d'Étude Bibliographique (UEB) encadré par Jacques Froment  
(Jacques.Froment@univ-ubs.fr)

## Ondelettes géométriques : l'approche par bandelettes

Cette étude bibliographique est dans le prolongement du cours *Ondelettes et analyse temps-fréquence*. Dans ce cours, on introduit la décomposition d'une fonction dans une base orthonormée d'ondelettes. Dans le cas unidimensionnel, une telle base permet d'approximer efficacement une large classe de signaux, comme les fonctions régulières par morceaux, lesquelles présentent des singularités isolées. En ne retenant que les principaux coefficients en ondelettes, on peut par exemple compresser le signal ou bien le débruiter. Dans le cas bidimensionnel qui correspond aux images, les fonctions régulières par morceaux possèdent des discontinuités le long de courbes monodimensionnelles (les "contours"), qui cette fois créent un nombre important de coefficients de grandes amplitudes. Les bases d'ondelettes traditionnelles ne s'adaptant pas à la géométrie de l'image, elle sont incapables d'exploiter la régularité de ces contours et la qualité de l'approximation reste limitée.

De nombreuses recherches sont actuellement menées pour accorder les ondelettes à la géométrie des images et plusieurs propositions ont été formulées, une des principales difficultés consistant à inventer un nom nouveau à cet objet mathématique qui évoque à la fois l'héritage ondelettes (*wavelets*) et l'adaptation à la géométrie : *bandelets*, *brushlets*, *contourlets*, *curvelets*, *edgelets*, *platelets*, *ridgelets*,... Parmi ces nouvelles constructions, les bandelettes (*bandelets*) sont particulièrement prometteuses. Elles offrent en effet à la fois de riches propriétés mathématiques (bases orthonormées, qualité d'approximation) et des algorithmes de calcul rapide.

Le sujet de ce travail bibliographique consiste donc à étudier la construction des bandelettes, leurs propriétés mathématiques et leurs applications au traitement des images. L'étudiant pourra commencer par l'article [4] qui propose un état de l'art des approches par bandelettes, par Stéphane Mallat et Gabriel Peyré. La version des bandelettes qualifiée par G. Peyré de "seconde génération" et leurs principales propriétés sont détaillées dans la prépublication [3]. Les bandelettes de "première génération" ont été construites par Erwan Le Pennec et Stéphane Mallat. Elles sont présentées avec leurs applications au traitement des images dans l'article [2] tandis que pour les aspects les plus mathématiques, l'étudiant se référera à l'article [1]. D'autres articles sur ce sujet peuvent être téléchargés à partir des pages personnelles de ces auteurs.

Cette étude pourrait être prolongée par un stage de recherche au LMAM (Vannes), au cours duquel les aspects plus algorithmiques seraient développés.

## Références

- [1] E. Le Pennec and S. Mallat. Bandelet image approximation and compression. *SIAM Multiscale Model. Simul.*, 4(3) :992–1039, 2005. <http://www.cmap.polytechnique.fr/~mallat/papiers/BandSiam.pdf>.

- [2] E. Le Pennec and S. Mallat. Sparse geometric image representations with bandelets. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 14(4) :423–438, 2005. <http://www.math.jussieu.fr/~lepenne/papers/BandIEEE.pdf>.
- [3] G. Peyré and S. Mallat. Orthogonal bandlet bases for geometric images approximation. Preprint Ceremade 2007-18 <http://www.ceremade.dauphine.fr/~peyre/publications/07-CPAM-MallatPeyre-OrthogonalBandlets.pdf>, 2007.
- [4] G. Peyré and S. Mallat. A review of bandlet methods for geometrical image representation. *Numerical Algorithms*, 44(3) :205–234, 2007. <http://www.ceremade.dauphine.fr/~peyre/publications/07-NumerAlgo-MallatPeyre-BandletsReview.pdf>.