

TP 3: Variables continues

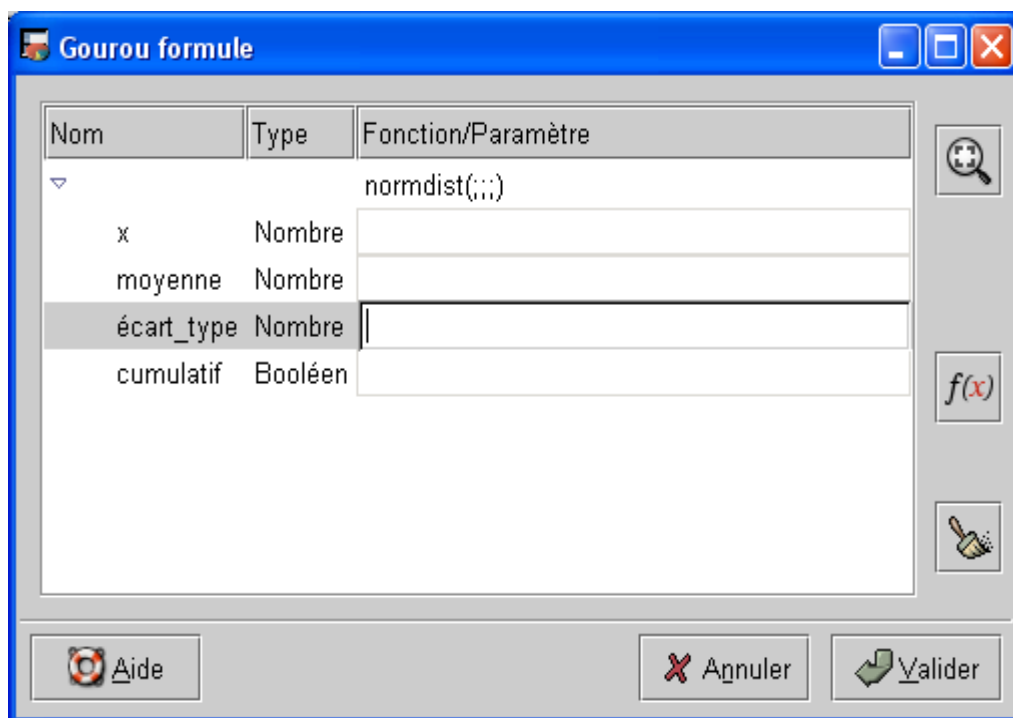
A. PHILIPPE

Exercice 1 La loi gaussienne/normale

Soit X une variable aléatoire. On suppose que la loi de X est la loi normale de paramètres (m, σ^2) avec $m=0$ et $\sigma^2=1$

(1) Calculer et représenter la densité de la loi de X :

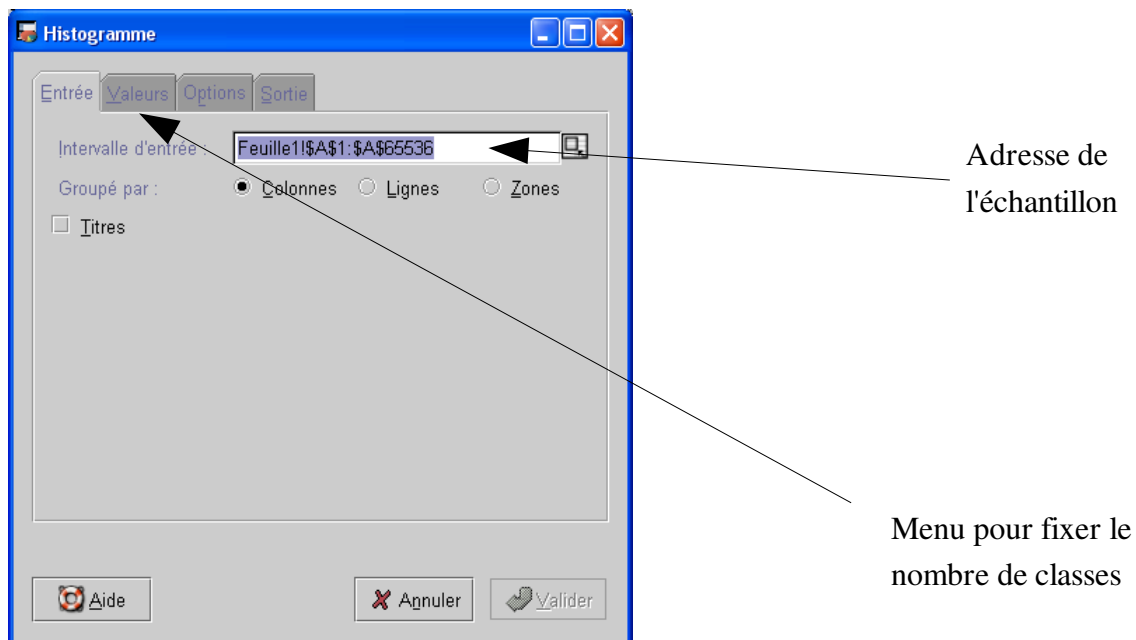
- Créer une suite linéaire de -3 à 3 par pas de 0,2
- Utiliser la fonction `normdist` pour calculer la densité. Attention le paramètre moyenne correspond à m et le paramètre écart type à σ . Cumulatif prend la valeur FAUX (pour la densité) ou VRAI (pour la fonction de répartition)



- (2) Calculer et représenter la fonction de répartition de X (utiliser à nouveau la fonction normdist)
- (3) Simuler un échantillon de taille 500 suivant la loi normale de paramètres (m, σ^2) avec $m=0$ et $\sigma^2=1$. (voir menu /remplir /générateurs de nombres aléatoires)
- (4) Calculer la moyenne empirique de l'échantillon simulé puis sa variance empirique.
- (5) Comparer les valeurs obtenues et les paramètres (m, σ^2)
- (6) Tracer l'histogramme de cet échantillon.

Quelques Indications:

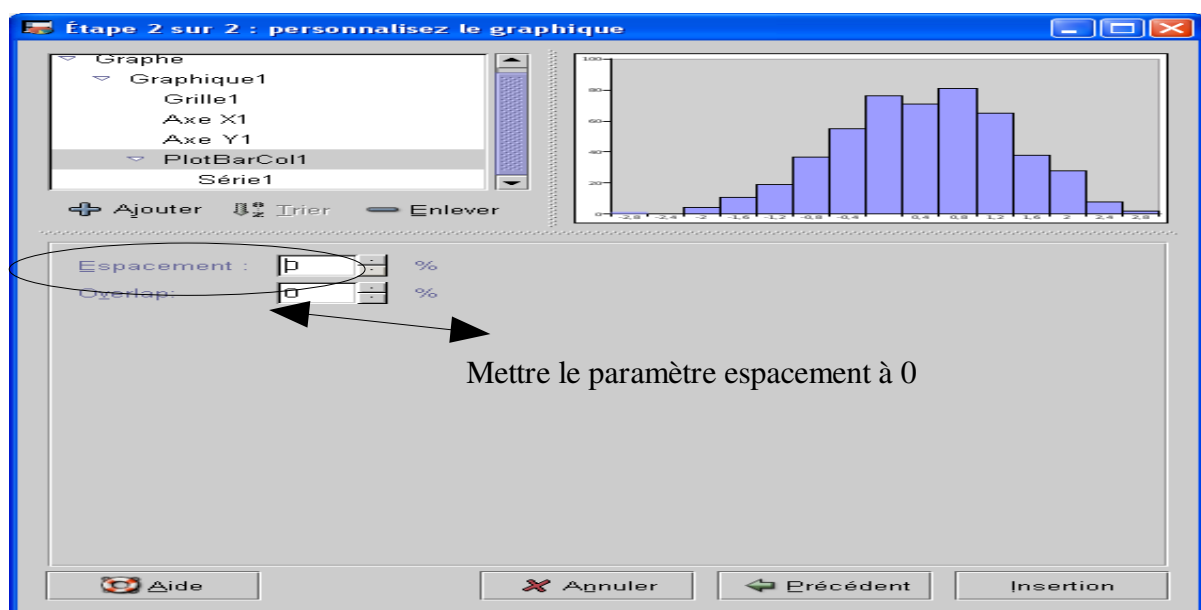
- On utilise la fonction histogramme accessible par le menu
outils / analyse statistique / histogramme

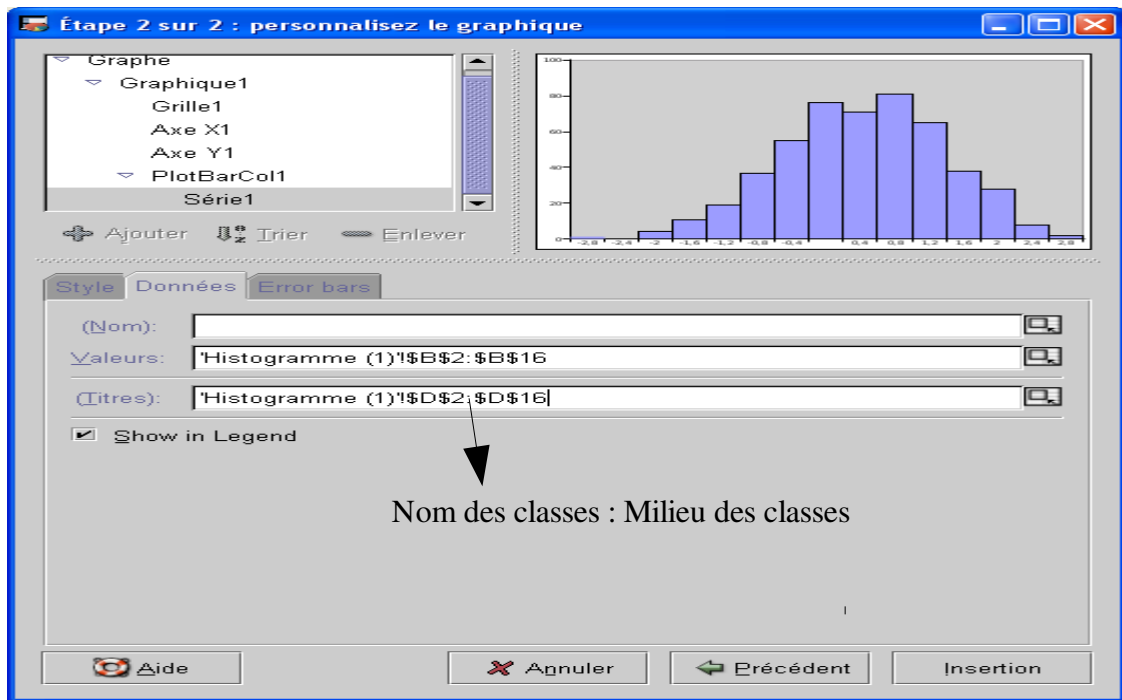


- La sortie de la fonction histogramme est de la forme

	A	B	C	
1	Valeurs	Fréquence		
2	<-3	1		Nombre d'observations inférieures à -3
3	-2,6	0		
4	-2,2	4		Nombre d'observations entre -2,6 et -2,2
5	-1,8	11		
6	-1,4	19		
7	-1	37		
8	-0,6	55		
9	-0,2	76		
10	0,2	71		
11	0,6	81		
12	1	65		
13	1,4	38		
14	1,8	28		
15	2,2	8		
16	2,6	2		
17	3	2		
18	>3	2		

- Créer une colonne contenant le milieu des classes
- On représente ensuite l'histogramme à l'aide d'un diagramme bâton . Ensuite on indique le milieu de la classe comme titre de la classe.





Exercice 2 Fonction de répartition empirique

On note $x_1, \dots, x_n$ un échantillon. La fonction de répartition empirique associée à cet échantillon est définie par

$$F_n(x) = \frac{n_x}{n} \quad \text{où } n_x \text{ est le nombre d'observations inférieures à } x.$$

Cas particulier : si on suppose que l'échantillon est sans répétition, on a

$$F_n(x_{(k)}) = \frac{k}{n} \quad \text{et} \quad F_n(x) = \frac{k}{n} \quad \text{pour tout } x_{(k)} \leq x < x_{(k+1)}.$$

où $x_{(1)}, \dots, x_{(n)}$ est l'échantillon trié par ordre croissant.

(1) Simuler un échantillon de taille $n=100$ suivant la loi normale de paramètres (m, σ^2) avec $m=0$ et $\sigma^2=1$

(1) Construire $x_{(1)}, \dots, x_{(n)}$ l'échantillon ordonné

- (2) Construire la suite $\left(\frac{k}{n}\right)$ pour $k=1\dots n$.
- (3) Représenter la fonction de répartition empirique.
- (4) Calculer la fonction de répartition de la loi gaussienne de paramètres (m, σ^2) avec $m=0$ et $\sigma^2=1$.
- (5) Superposer la fonction de répartition de la loi gaussienne et la fonction de répartition empirique de l'échantillon simulé
- (6) Conclure

Exercice 3 Estimation des paramètres d'un échantillon gaussien

Le fichier nottem contient la température moyenne annuelle à Nottingham pendant 50 ans . (mesure en Fahrenheit)

- (1) Récupérer le fichier à l'adresse suivante
<http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/~philippe/lecture/nottem.gnumeric>
- (2) Représenter les données
- (3) Calculer la moyenne m et la variance v de cet échantillon
- (4) Tracer l'histogramme . L'allure de l'histogramme ressemble à la densité de quelle loi de probabilité.
- (5) Construire puis tracer la fonction de répartition empirique
- (6) Calculer la fonction de répartition de la loi normale de paramètres (m,v) .
- (7) Superposer cette fonction avec la fonction de répartition empirique
- (8) Conclure.