TD7 pour le cours Catégories Tensorielles

Friedrich Wagemann
Nantes Université

March 2, 2025

Exercice 1. Soit H une bigèbre tressée avec R -matrice R . Montrer que la catégorie $\mathcal{C}$ des H -modules est symétrique si et seulement si $\tau_{H,H}(R) = R^{-1}$.

Exercice 2. Soit $\mathcal{C}$ une catégorie monoïdale stricte avec un tressage c . Montrer que pour tous X, Y, Z dans $\mathcal{C}$, le tressage vérifie l'équation de Yang-Baxter:

$$(c_{Y,Z} \otimes \text{id}_X) \circ (\text{id}_Y \otimes c_{X,Z}) \circ (c_{X,Y} \otimes \text{id}_Z) = (\text{id}_Z \otimes c_{X,Y}) \circ (c_{X,Z} \otimes \text{id}_Y) \circ (\text{id}_X \otimes c_{Y,Z}).$$

Exercice 3. Soit $\mathcal{C}$ une catégorie monoïdale tressée, et soient A et B deux algèbres associatives dans $\mathcal{C}$. Définissons le produit tensoriel $A \otimes B$ de A et B par la formule

$$m_{A \otimes B} := (m_A \otimes m_B) \circ (\text{id}_A \otimes c_{A,B}^{-1} \otimes \text{id}_B).$$

Montrer que ce produit rend $A \otimes B$ une algèbre associative.