

**Université des Sciences et Technologies de Lille 1**  
**2011/2012 – Licence M, GM, GC – Semestre 3**  
**Éléments de Calcul Différentiel – Math 32**

**Interrogation 2**

21 novembre 2011 à 9h30. **Durée : 30min.**

Documents, calculatrices, téléphones et appareils électroniques **interdits**.

Barème indicatif : 2+4+4=10. *On justifiera ses réponses soigneusement.*

QUESTION DE COURS.

Soit  $\vec{V} = P(x, y)\vec{i} + Q(x, y)\vec{j}$  un champs de vecteurs de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}^2$ . Énoncer le théorème de Poincaré pour  $\vec{V}$ .

EXERCICE 1

On pose

$$f(x, y) = x^3y^2(1 - x + y).$$

- (1) Montrer qu'il existe un point critique de  $f$  pour lequel  $x \neq 0$  et  $y \neq 0$ .
- (2) Déterminer la nature de ce point critique.

EXERCICE 2

On pose

$$\varphi(x, y) = (x^y, y^x).$$

- (1) Donner le domaine de définition  $D$  de  $\varphi$ .
- (2) Calculer le jacobien de  $\varphi$  sur  $D$ .
- (3) Peut-on appliquer le théorème d'inversion à  $\varphi$  sur  $D$ ? *On justifiera sa réponse.*