

*Laboratoire de mathématiques Jean Leray*  
*Unité mixte de recherche 6629*

## COLLOQUIUM

Vendredi 25 Janvier 2013, 17h  
Salle des séminaires

**BERNARD HELFFER**  
(Université de Paris Sud)

### *"A la recherche de partitions spectrales minimales"*

La question que nous allons considérer trouve son origine dans des questions de dynamique des populations et peut mathématiquement être reformulée ainsi : Etant donné un ouvert borné  $\Omega$  dans  $\mathbb{R}^n$  (ou sur une variété riemannienne) et une partition de  $\Omega$  par  $k$  ouverts disjoints  $D_j$ , nous pouvons considérer la quantité  $\max_j \lambda(D_j)$  où  $\lambda(D_j)$  est la plus petite valeur propre du Laplacien  $-\Delta = -\sum \partial_{x_j}^2$  avec condition de Dirichlet dans  $D_j$ . Si nous notons  $\mathfrak{L}_k(\Omega)$  l'infimum sur toutes les  $k$ -partitions de l'énergie :  $\max_j \lambda(D_j)$ , une  $k$ -partition minimale est une  $k$ -partition qui réalise l'infimum. Un résultat presque standard dit que dans le cas  $k = 2$ , les partitions minimales sont constituées par les domaines nodaux d'une fonction associée à la deuxième valeur propre du Laplacien. L'analyse du cas  $k \geq 3$  devient non triviale et de ce fait pose des questions nouvelles.

Après avoir présenté les principales propriétés de ces partitions, nous rendrons compte de résultats récents permettant de proposer des candidats dans des situations géométriques simples (disque, tore, sphère,...) ou de comprendre la situation où le cardinal de la partition minimale tend vers l'infini.

---

*Un café-thé sera servi à 16<sup>h</sup>30 dans la salle du courrier du bâtiment de mathématiques*