

Kyliane LEBEAU



---

## Modélisation de l'effort intermittent maximal

---

### RAPPORT DE STAGE

Avril - Septembre 2023

MASTER MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS

MODÉLISATION, ANALYSE NUMÉRIQUE ET CALCUL  
SCIENTIFIQUE (MACS)



*Tuteurs*

François DESGORCES  
Fabien CRAUSTE

## Table des matières

<b>1 Résumé</b>	<b>2</b>
<b>2 Mise en relation de la charge d'entraînement avec la performance</b>	<b>3</b>
<b>3 Introduction</b>	<b>6</b>
<b>4 Définition des modèles</b>	<b>7</b>
4.1 Premier objectif : récupération des paramètres . . . . .	7
4.1.1 Modèle linéaire à deux paramètres . . . . .	8
4.1.2 Modèle hyperbolique à trois paramètres . . . . .	9
4.1.3 Modèle OmPD . . . . .	10
4.1.4 Définition de l'erreur . . . . .	11
4.2 Deuxième objectif : modélisation de la réserve d'énergie . . . . .	11
4.2.1 Modèle $W'_{\text{balint}}$ . . . . .	12
4.2.2 Modèle $W'_{\text{balode}}$ . . . . .	13
<b>5 Description des données à disposition</b>	<b>13</b>
<b>6 Récupération des paramètres</b>	<b>17</b>
6.1 Résultats . . . . .	17
6.2 Calcul des erreurs . . . . .	18
<b>7 Modélisation de la réserve d'énergie</b>	<b>20</b>
<b>8 Individualisation du terme <math>\tau_{W'}</math> du modèle <math>W'_{\text{balint}}</math></b>	<b>23</b>
8.1 Régressions . . . . .	23
8.2 Utilisation des $\tau_{W'_{\text{opt}-i-j}}$ . . . . .	25
<b>9 Conclusion</b>	<b>26</b>
<b>10 Références</b>	<b>28</b>
<b>A Annexes</b>	<b>29</b>

## 1 Résumé

Mon stage s'est déroulé à l'UFR STAPS (Sciences et Techniques des Activités Physiques et Sportives) d'Université Paris-Cité, au sein de l'équipe d'accueil 7329. Cette équipe est le versant universitaire de l'Institut de Recherche bio-Médicale et d'Épidémiologie du Sport (IRMES), basé à l'Institut National du Sport, de l'Expertise et de la Performance (INSEP). En plus de mon travail quotidien à l'UFR STAPS, j'ai assisté à quelques réunions de recherche à l'IRMES.

Après une mention rapide de ma contribution à un projet de mise en relation de la charge d'entraînement avec la performance, nous enchaînerons sur mon projet principal.

Celui-ci consistait à modéliser l'effort intermittent maximal. A partir du concept de la puissance critique et de la relation puissance-durée, qui à une valeur de puissance associe la durée pendant laquelle un individu peut la maintenir, nous avons pu mettre en évidence deux paramètres propres à chaque individu : la puissance critique ( $CP$ ) et la réserve d'énergie  $W'$ . Ces paramètres ont pu être estimés en utilisant trois modèles mathématiques différents faisant le lien entre la puissance et la durée : le modèle linéaire à deux paramètres, le modèle hyperbolique à trois paramètres et le modèle Omni-domain Power-Duration (OmPD).

Une fois ces paramètres obtenus, ils ont pu être injectés dans deux différents modèles mathématiques, représentant la quantité d'énergie restant à un individu au cours d'un exercice physique avec alternance de phases de travail et de phases de récupération : les modèles  $W'_{bal_{int}}$  et  $W'_{bal_{ode}}$ .

L'exploitation des données à notre disposition a montré l'incapacité de ces deux modèles à prédire l'épuisement des sujets. Un travail d'individualisation sur le terme  $\tau_{W'}$  impliqué dans la récupération dans le modèle  $W'_{bal_{int}}$  nous a pour finir permis d'améliorer les résultats obtenus.

Les codes ont été implémentés en Python.

## 2 Mise en relation de la charge d'entraînement avec la performance

En parallèle du projet développé dans les parties ci-après, je suis intervenue en tant qu'aide sur le projet de stage d'élèves de master 1 STAPS (mention Entraînement et Optimisation de la Performance Sportive (EOPS) - Parcours Physiologie de l'Entraînement, de l'Optimisation de la Performance Sportive et de la Nutrition (PEOPSN)).

Leur objectif était de comparer des modèles mathématiques de mise en relation d'une charge d'entraînement avec une réponse à l'entraînement. Ils disposaient pour ce faire de données concernant les charges d'entraînement hebdomadaires de six cyclistes sur piste spécialistes du 200 m de niveau élite évoluant à l'INSEP. Pour chaque sujet et chaque semaine, ils avaient les valeurs de la charge d'entraînement :

- à vélo en zone d'intensité 3-5
- à vélo en zone d'intensité 1-2
- musculaire
- en zone d'intensité 3-5 (à vélo en zone d'intensité 3-5 + musculaire)
- à vélo au total (à vélo en zone d'intensité 3-5 + à vélo en zone d'intensité 1-2)
- totale (musculaire + à vélo au total)

et pour certaines semaines des valeurs de réponses à l'entraînement également à savoir :

- la concentration en testostérone dans la salive avant l'entraînement
- la différence entre la concentration en testostérone dans la salive avant et après l'entraînement
- la concentration en cortisol dans la salive avant l'entraînement
- le rapport entre la concentration en testostérone et en cortisol dans la salive avant l'entraînement
- le score au questionnaire SFMS (Société Française de Médecine du Sport - questionnaire de dépistage de surentraînement)
- la performance (en pourcentage de la meilleure performance)

Ils devaient comparer la capacité de plusieurs méthodes (corrélation de Pearson, corrélation à mesures répétées, modèle de Banister, modèle de Busso, modèle REDI), à lier la charge d'entraînement à la performance.

Le modèle de Banister prend en entrée la charge d'entraînement et repose sur le principe que la performance à une date  $t$  peut s'expliquer par tous les entraînements antérieurs à cette date. Selon lui, les entraînements ont sur la performance à la fois une influence négative (fatigue), et une influence positive (aptitude), toutes deux exponentiellement décroissante de la date qui sépare la performance de l'entraînement.

$$P(t) = P_0 + k_1 \sum_{j=1}^{t-1} w_j e^{-\frac{t-j}{\tau_1}} - k_2 \sum_{j=1}^{t-1} w_j e^{-\frac{t-j}{\tau_2}}$$

avec  $P(t)$  la performance à la date  $t$ ,  $P_0$  la performance de base,  $w_j$  la charge d'entraînement à la date  $j$ ,  $k_1$  (respectivement  $k_2$ ) le paramètre de gain et  $\tau_1$  (respectivement  $\tau_2$ ) la constante de temps de l'aptitude (respectivement de la fatigue).

Le modèle de Busso est similaire à celui de Banister mais fait varier le paramètre de fatigue dans le temps en fonction de la charge d'entraînement.

$$P(t) = P_0 + k_1 \sum_{j=1}^{t-1} w_j e^{-\frac{t-j}{\tau_1}} - \sum_{j=1}^{t-1} k_2^j w_j e^{-\frac{t-j}{\tau_2}}$$

avec  $k_2^j = k_3 \sum_{i=1}^j w_i e^{-\frac{t-i}{\tau_3}}$ .

Le modèle Robust Exponential Decreasing Index (REDI) reformule quant à lui la charge d'entraînement de la manière suivante :

$$REDI_\lambda(t) = \frac{1}{\sum_{i=0}^N \alpha_i^\lambda} \sum_{i=0}^N \alpha_i^\lambda w_i$$

où  $\lambda$  est un paramètre qui peut être ajusté afin de diminuer la charge et

$$\alpha_i^\lambda = \begin{cases} 0 & \text{si la valeur de } w_i \text{ n'est pas connue} \\ e^{-\lambda i} & \text{sinon} \end{cases}$$

Ma contribution a été de leur fournir des codes en langage R à partir d'articles et de codes déjà existants, leur permettant pour chacun des sujets, chaque type de charge d'entraînement, chaque type de réponse à l'entraînement et chacun des modèles de mise en relation de la charge d'entraînement avec la réponse à l'entraînement d'obtenir la valeur du coefficient de détermination.

```

> source(file="fit_model.r")
[1] "Modèle étudié : Bu"
[1] "Sujet n° : 1 | Identifiant : BA 8-10"
[1] "Colonne de charge d'entraînement considérée : CE.tot"
[1] "Colonne de marqueur ou de performance considérée : Perf.."

Call:
lm(formula = p ~ pe + ne, data = datareg)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1.70446 -0.89877  0.01005  0.84719  1.35811 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 9.366e+01  8.300e-01 112.845 < 2e-16 ***
pe          6.576e-04  1.226e-04   5.365 7.87e-05 ***
ne         -3.983e-08  6.442e-09  -6.182 1.76e-05 ***  
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 1.103 on 15 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7182,    Adjusted R-squared:  0.6806 
F-statistic: 19.12 on 2 and 15 DF,  p-value: 7.488e-05

> █

```

FIGURE 1 – Exemple de retour d'un des codes - Mise en relation de la charge d'entraînement totale par le modèle de Busso avec la performance pour le sujet 1

### 3 Introduction

Les entraînements sportifs peuvent être menés à différentes intensités (modérée, lourde, sévère ou extrême) et se déployer sur un large éventail de durées.

Introduit par Scherrer et Monod, le concept de la puissance critique [3] établit un lien entre une durée  $t$  (en s) et la puissance maximale qu'un individu peut maintenir pendant cette durée  $P_{\max}(t)$  (en W). Les premiers modèles mathématiques établis permettent d'obtenir la valeur de  $P_{\max}(t)$  pour des entraînements compris entre environ 2-3 min et 30 min, moyennant la connaissance de quelques paramètres (modèle linéaire à deux paramètres). Depuis, dans le but d'avoir accès à des valeurs de  $P_{\max}(t)$  pour des valeurs plus basses ou plus élevées de  $t$ , plusieurs autres modèles ont été créés (modèle hyperbolique à trois paramètres et modèle OmPD par exemple) [1, 2, 4, 5, 6].

La représentation graphique de  $P_{\max}(t)$  pour un individu est une hyperbole. La limite de la courbe (quand  $t \rightarrow \infty$ ) est définie comme étant la puissance critique  $CP$ . Il s'agit d'une puissance a priori déployable indéfiniment - en pratique plutôt jusqu'à environ 30 min.

L'aire des rectangles de côtés ( $P_{\max}(t) - CP$ ) et  $t$  est définie comme étant  $W'$  (en J). Il s'agit d'une réserve finie d'énergie utilisable par l'individu. Pendant toute activité physique nécessitant une puissance supérieure à  $CP$ , il pioche dans cette réserve. Une fois que toute l'énergie a été utilisée, il est épuisé.

Notons de plus,  $\max P$  la valeur maximale de puissance qu'il peut déployée.

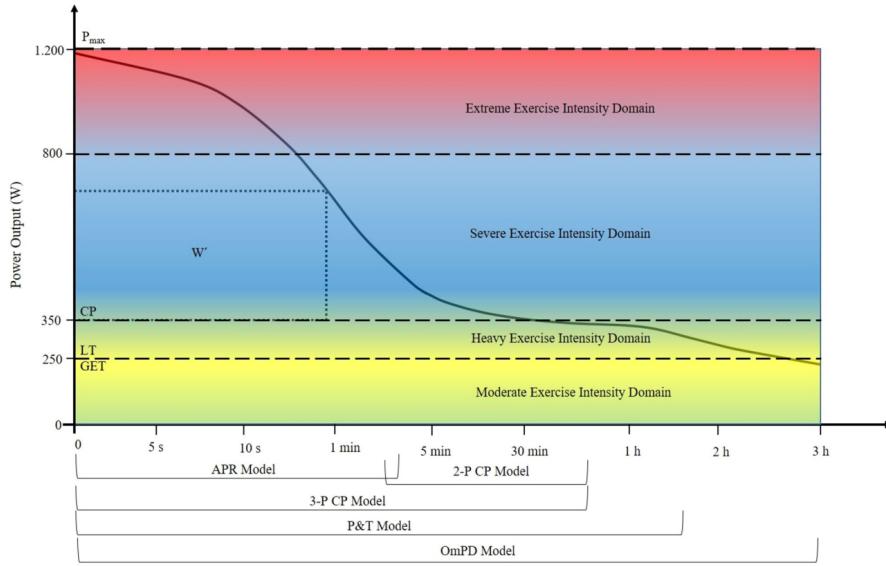


FIGURE 2 – Domaine d'application de plusieurs modèles  $P_{\max}(t)$  - [4]

Il existe deux méthodes principales de récupération des paramètres  $CP$ ,  $W'$  et  $maxP$ .

La première méthode est celle du 3-min all-out test [1]. Elle se base sur la supposition que la puissance atteinte par un individu à la fin d'une phase d'entraînement de 3 min pendant laquelle il lui a été demandé de déployer la puissance maximale qu'il pouvait correspond à  $CP$ . La valeur de  $W'$  est obtenue en calculant l'aire entre la courbe représentant la puissance déployée par l'individu au cours du test et la droite d'équation  $y = CP$ . Pour finir,  $maxP$  correspond à la puissance maximale produite par l'individu au cours du test.

La seconde méthode est celle qui sera utilisée dans ce projet. Elle consiste à récupérer, pour un individu, des valeurs de  $P_{\max}(t)$  correspondant à quelques valeurs de  $t$  choisies. Ensuite, à partir des points  $(t_i, P_{\max}(t_i))$  obtenus, nous pouvons récupérer les paramètres  $CP$ ,  $W'$  et  $maxP$  via une régression.

Considérons un exercice intermittent, c'est-à-dire constitué d'une alternance de phases d'exercice à une puissance inférieure à  $CP$  et de phases d'exercice à une puissance supérieure à  $CP$ .

Notons  $W'_{\text{bal}}(t)$  la quantité d'énergie (en J) qu'il reste à un individu à l'instant  $t$  d'un exercice intermittent. C'est la portion de  $W'$  que l'individu a à sa disposition à l'instant  $t$ .

Considérons que pendant un exercice intermittent,  $W'_{\text{bal}}(0) = W'$  (réserve d'énergie pleine) et que  $W'_{\text{bal}}(t)$  décroît lorsque l'individu s'exerce au-dessus de  $CP$  (l'individu se fatigue) et croît sinon (l'individu récupère).

Ainsi, en ayant accès à  $CP$ ,  $W'$  et à la valeur de  $W'_{\text{bal}}(t)$  à tout instant  $t$  d'un exercice intermittent, nous pouvons donc en théorie prédire l'arrêt de l'entraînement par un individu, c'est-à-dire l'instant auquel  $W'_{\text{bal}}(t) = 0$  (réserve d'énergie vide).

Dans ce projet, nous utiliserons les modèles  $W'_{\text{bal,int}}$  et  $W'_{\text{bal,de}}$  qui ont été créés pour être utilisés dans le cadre d'entraînements d'intensité sévère (ils ont parfois été utilisés sur des entraînements d'intensité extrême) [7, 8].

Notre objectif est d'observer les résultats obtenus lors de la récupération des paramètres via différents modèles  $P_{\max}(t)$  et les résultats obtenus lors de la modélisation de la réserve d'énergie restante pendant un entraînement intermittent par les modèles  $W'_{\text{bal,int}}$  et  $W'_{\text{bal,de}}$ . Nous tenterons ensuite d'améliorer les résultats obtenus concernant la représentation de l'énergie restante.

## 4 Définition des modèles

### 4.1 Premier objectif : récupération des paramètres

Notre premier objectif sera d'obtenir les valeurs des paramètres  $CP$  et  $W'$  propres à un individu.

A partir des données à notre disposition, la récupération des paramètres voulus nécessitera de réaliser une régression.

La fonction utilisée pour cette régression dépendra du modèle choisi pour représenter  $P_{\max}(t)$ .

Soit une suite de  $N$  points,  $(t_i, P_{\max_i})_{i=1,\dots,N}$  où  $P_{\max_i} = P_{\max}(t_i)$  pour tout  $i = 1, \dots, N$ .

#### 4.1.1 Modèle linéaire à deux paramètres

Le modèle linéaire à deux paramètres se base sur la formule suivante [1, 2, 4, 5, 6] :

$$P_{\max}(t) = \frac{W'}{t} + CP$$

Il suppose qu'il existe une relation de linéarité entre la puissance maximale déployable par un individu pendant une durée et l'inverse de cette durée.

En multipliant les deux côtés de l'équation par  $t$ , nous obtenons la formule suivante :

$$W_{\max}(t) = P_{\max}(t) * t = W' + CP * t \quad (1)$$

où  $W_{\max}(t)$  est le travail maximal productible pendant la durée  $t$ .

La relation devient linéaire par rapport au temps.

Posons  $W_{\max_i} = P_{\max_i} * t_i$ .

En ajustant la formule (1) aux points  $(t_i, W_{\max_i})$ , nous obtiendrons une régression linéaire (notée  $W_{\max_{\text{reg}}}(t)$ ). Nous pourrons obtenir  $CP$  en récupérant le coefficient directeur de  $W_{\max_{\text{reg}}}(t)$  et  $W'$  en récupérant son ordonnée à l'origine.

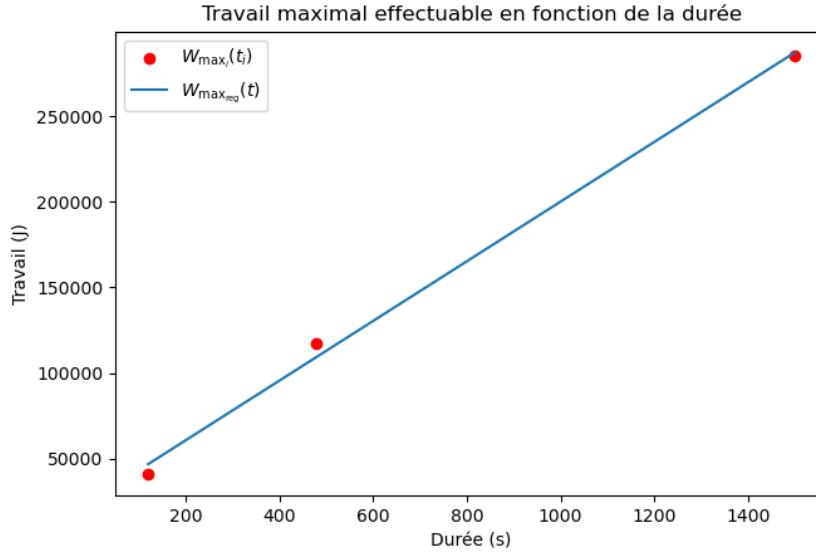


FIGURE 3 –  $W_{\max_i}(t_i)$  et  $W_{\max_{\text{reg}}}(t)$  pour le sujet 1

#### 4.1.2 Modèle hyperbolique à trois paramètres

Soit  $A$  un ensemble.

Notons :

$$1_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le modèle hyperbolique à trois paramètres se base sur la formule suivante [2, 4, 5, 6] :

$$t(P) = \left( \frac{W'}{P - CP} + \frac{W'}{CP - maxP} \right) * 1_{\{Q \text{ tel que } (\frac{W'}{Q - CP} + \frac{W'}{CP - maxP}) > 0\}}(P)$$

En ajustant la fonction  $f(P) = \left( \frac{b}{P-a} + \frac{b}{a-c} \right) * 1_{\{Q \text{ tel que } (\frac{b}{Q-a} + \frac{b}{a-c}) > 0\}}(P)$  aux  $(P_{\max_i}, t_i)$  et en notant  $t_{\text{reg}}$  la régression ainsi obtenue :

$$t_{\text{reg}}(P) = \frac{b_{opt}}{P - a_{opt}} + \frac{b_{opt}}{a_{opt} - c_{opt}} * 1_{\{Q \text{ tel que } (\frac{b_{opt}}{Q-a_{opt}} + \frac{b_{opt}}{a_{opt}-c_{opt}}) > 0\}}(P) \quad (2)$$

nous obtiendrons les paramètres voulus en posant :

- $CP = a_{opt}$
- $W' = b_{opt}$
- $maxP = c_{opt}$

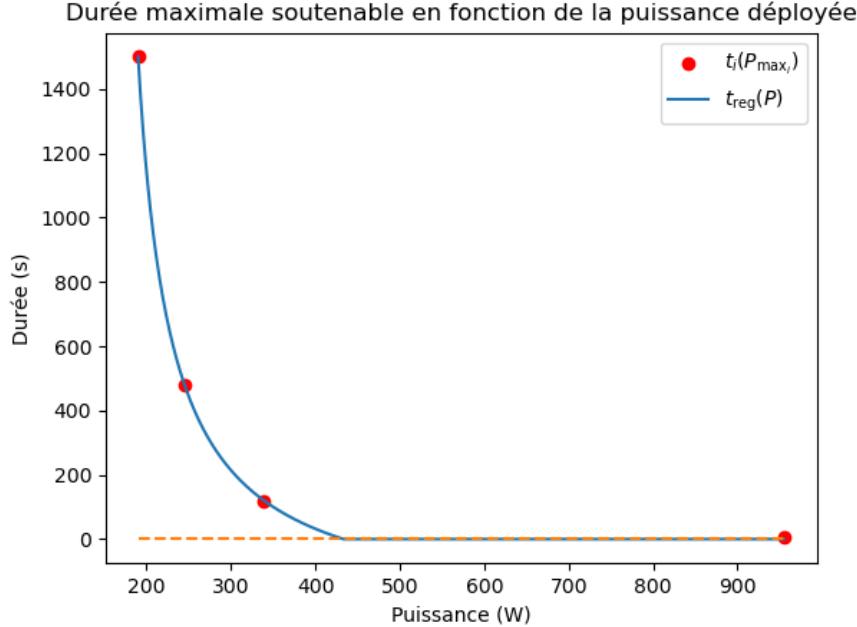


FIGURE 4 –  $t_i(P_{\max_i})$  et  $t_{\text{reg}}(P)$  pour le sujet 1

#### 4.1.3 Modèle OmPD

Le modèle OmPD se base sur la formule suivante [4, 6] :

$$P_{\max}(t) = \begin{cases} \frac{W'}{t} \left(1 - \exp\left(-t \frac{\max P - CP}{W'}\right)\right) + CP & \text{si } t \leq TCP_{\max} \\ \frac{W'}{t} \left(1 - \exp\left(-t \frac{\max P - CP}{W'}\right)\right) + CP - A \ln\left(\frac{t}{TCP_{\max}}\right) & \text{si } t > TCP_{\max} \end{cases}$$

où  $TCP_{\max}$  est la durée maximale pendant laquelle  $CP$  peut être maintenue et  $A$  est une constante qui décrit la vitesse de déclin en puissance lorsque  $t$  augmente.

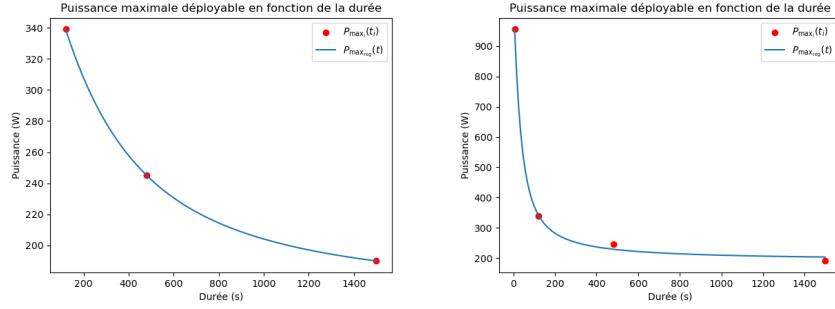
Étant donnés les  $t_i$  dont nous disposerons, nous nous trouverons exclusivement dans le cas  $t \leq TCP_{\max} = 1800s$ .

Nous ajusterons donc la fonction  $f(t) = \frac{b}{t} \left(1 - \exp\left(-t \frac{c-a}{b}\right)\right) + a$  aux  $(t_i, P_{\max_i})$  et noterons  $P_{\max_{\text{reg}}}(t)$  la régression ainsi obtenue.

$$P_{\max_{\text{reg}}}(t) = \frac{b_{\text{opt}}}{t} \left(1 - \exp\left(-t \frac{c_{\text{opt}} - a_{\text{opt}}}{b_{\text{opt}}}\right)\right) + a_{\text{opt}} \quad (3)$$

Nous poserons ensuite :

- $CP = a_{\text{opt}}$
- $W' = b_{\text{opt}}$
- $\max P = c_{\text{opt}}$



(a)  $P_{\max_i}(t_i)$  et  $P_{\max_{\text{reg}}}(t)$  pour le sujet 1 en utilisant trois points de régression      (b)  $P_{\max_i}(t_i)$  et  $P_{\max_{\text{reg}}}(t)$  pour le sujet 1 en utilisant quatre points de régression

#### 4.1.4 Définition de l'erreur

Définissons à présent l'erreur pour chacun des modèles :

##### Modèle linéaire à deux paramètres

$$\text{erreur} = \sqrt{\sum_{i=1}^N |W_{\max_i} - W_{\max_{\text{reg}}}(t_i)|^2} \quad (4)$$

##### Modèle hyperbolique à trois paramètres

$$\text{erreur} = \sqrt{\sum_{i=1}^N |t_i - t_{\text{reg}}(P_{\max_i})|^2} \quad (5)$$

##### Modèle OmPD

$$\text{erreur} = \sqrt{\sum_{i=1}^N |P_{\max_i} - P_{\max_{\text{reg}}}(t_i)|^2} \quad (6)$$

Les régressions obtenues minimiseront ces erreurs par définition de la fonction Python `curve_fit` utilisée.

## 4.2 Deuxième objectif : modélisation de la réserve d'énergie

Une fois obtenus les paramètres  $CP$  et  $W'$  propres à un individu, notre deuxième objectif est de modeler  $W'_{\text{bal}}(t)$ . Plusieurs modèles sont encore une fois disponibles.

#### 4.2.1 Modèle $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$

**Modèle** Avec ce modèle [1, 7, 8],  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$  est définie par :

$$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(t) = W' - \int_0^t \left[ \exp \left( -\frac{(t-u)}{\tau_{W'}} \right) \right] W'_{\text{exp}}(u) du \quad (7)$$

où

$$\tau_{W'} = 546 * \exp(-0.01 * DCP) + 316 \quad (8)$$

est la constante de reconstitution de  $W'$  avec  $DCP$  la différence entre  $CP$  et la moyenne des puissances de récupération sous  $CP$

—  $W'_{\text{exp}}(u)$  est une fonction représentant la quantité de  $W'$  utilisée à l'instant  $u$

$$W'_{\text{exp}}(u) = \begin{cases} 0 & \text{si } P(u) \leq CP \\ \int (P(u) - CP) du & \text{si } P(u) > CP \end{cases} \quad (9)$$

La quantité d'énergie restante à un instant  $t$  est égale à la différence entre la quantité d'énergie maximale et la somme des énergies dépensées à chaque instant précédent  $t$ , chacune de ces énergies étant rechargées exponentiellement.

Revenons sur les coefficients 546, 0.01 et 316 dans la formule de  $\tau_{W'}$ . Ils proviennent d'un article détaillant entre autres une expérience visant à étudier le lien entre  $\tau_{W'}$  et  $DCP$ . A partir de données concernant des entraînements intermittents effectués par un groupe d'individus, les auteurs ont déterminé, pour chaque combinaison (sujet, entraînement), la valeur de  $\tau_{W'}$  telle que  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{final}) = 0$  où  $T_{final}$  désigne l'instant où le sujet atteint l'épuisement. Les coefficients ont ensuite été obtenus grâce à un ajustement de la formule  $a * \exp(-kx) + b$  sur les valeurs de  $\tau_{W'}$  en fonction de  $DCP$ . Ils sont utilisés par défaut.

En ce qui concerne la correspondance de  $\tau_{W'}$  à un élément concret, nous n'avons rien trouvé dans la littérature.

Cependant, nous avons remarqué qu'après une phase de travail d'un entraînement intermittent, un individu a récupéré 63 % de sa réserve d'énergie  $W'$ ,  $\tau_{W'}$  secondes après le début de sa phase de récupération. Il récupère ensuite 37 % de la quantité d'énergie qu'il a récupérée durant les  $\tau_{W'}$  secondes précédentes et ce toutes les  $\tau_{W'}$  secondes jusqu'à remplissage de sa réserve ou retour dans une phase d'exercice.

#### Version discrète

$$W'_{\text{bal}_{\text{int}},j} = W' - \sum_{i=1}^j \exp \left( -\frac{(j-i)}{\tau_{W'}} \right) W'_{\text{exp},i} \Delta u_i$$

avec :

$$W'_{\text{exp},i} = \begin{cases} 0 & \text{si } P_i \leq CP \\ (P_i - CP) \Delta u_i & \text{si } P_i > CP \end{cases}$$

où  $i$  est le  $i$ -e segment du temps total divisé en  $n$  segments,  $j$  est le segment pour lequel nous souhaitons calculer  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$  et  $P_i$  est la puissance constante déployée pendant les  $\Delta u_i$  secondes (ici  $\Delta u_i = 1$  s pour tout  $i$ ) du segment  $i$ .

#### 4.2.2 Modèle $W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}$

**Modèle** Ce modèle [8] se base sur les hypothèses suivantes :

- lorsque  $P > CP$ , la portion de  $W'$  disponible diminue à une vitesse égale à  $P - CP$
- lorsque  $P < CP$ , la portion de  $W'$  disponible augmente à une vitesse proportionnelle à :
  - la portion de  $W'$  disponible par rapport à  $W'$  (plus il y a de l'énergie disponible moins elle est récupérée rapidement)
  - la différence entre  $CP$  et  $P$

D'où :

$$\frac{d W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}}{dt} = \begin{cases} -(P(t) - CP) & \text{si } P(t) \geq CP \\ \left(1 - \frac{W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}}{W'}\right)(CP - P(t)) & \text{si } CP > P(t) \end{cases} \quad (10)$$

Ainsi,  $W'_{\text{bal}}(t)$  est définie par :

$$W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}(t_b) = \begin{cases} W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}(t_a) - (P - CP)(t_b - t_a) & \text{si } P \geq CP \\ W' - (W' - W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}(t_a)) \exp\left(-\left(\frac{CP-P}{W'}\right)(t_b - t_a)\right) & \text{si } CP \geq P \end{cases} \quad (11)$$

où  $t_a$  et  $t_b$  sont des instants arbitraires qui délimitent des périodes où  $P$  est constante.

#### Version discrète

$$W'_{\text{bal}_{\text{ode}},i} = \begin{cases} W'_{\text{bal}_{\text{ode}},i-1} - (P_i - CP) \Delta u_i & \text{si } P_i \geq CP \\ W' - (W' - W'_{\text{bal}_{\text{ode}},i-1}) \exp\left(-\left(\frac{CP-P_i}{W'}\right) \Delta u_i\right) & \text{si } CP \geq P_i \end{cases}$$

## 5 Description des données à disposition

Nous avons commencé par travailler sur un premier fichier de données contenant, pour un sujet unique, et pour 35 entraînements issus d'un modèle graphique précédemment proposé [9] :

- l'intensité de l'entraînement (en pourcentage de la PMA (Puissance Maximale Aérobie : plus petite puissance à laquelle la consommation d'oxygène d'un individu est maximale pendant un effort physique))
- le nombre total de répétitions de l'exercice (à répartir entre les séries)
- la durée d'une répétition de l'exercice
- le nombre de séries
- la durée de récupération entre les répétitions (en min)

— la durée de récupération entre les séries (en min) entre autres.

Pour obtenir des points  $(t_i, P_{\max}(t_i))$  afin de récupérer les paramètres  $CP$  et  $W'$  propres à l'individu, nous avons du réaliser une première régression en amont de celle effectuée pour la récupération des paramètres.

De plus, l'étendue de la liste des points  $t_i$  obtenue était plutôt restreinte : les  $t_i$  étaient compris entre 2 min 16 s et 9 min 3 s.

Aussi, il semblerait que les durées de récupération imposée au sujet pendant les entraînements ait été fixées à des valeurs beaucoup trop élevées. Cela a entraîné une infatigabilité du sujet selon les deux modèles  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}$ .

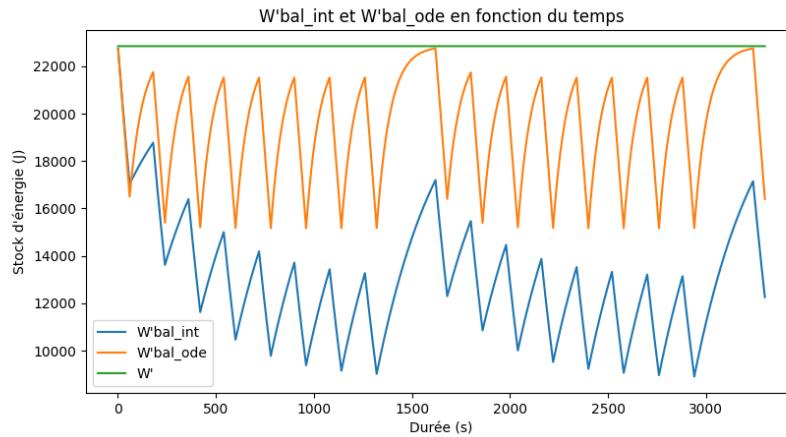


FIGURE 6 –  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(t)$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}(t)$  avec  $CP$  et  $W'$  selon le modèle linéaire à 2 paramètres pour l'entraînement 25

Pour toutes ces raisons, nous avons ensuite décidé de travailler sur un autre jeu de données.

Soient  $(P_{\max_i})_{i=1,\dots,4}$  et  $(t_i)_{i=1,\dots,4}$ , deux suites de quatre points tels que pour tout  $i = 1, \dots, 4$ , l'individu étudié peut soutenir la puissance  $P_{\max_i}$  (en W) pendant  $t_i$  secondes (ie.  $P_{\max_i} = P_{\max}(t_i)$ ).

Posons :

$i$	$t_i$ (en s)	équivalent de $t_i$ (en min et s)
1	6	6 s
2	120	2 min
3	480	8 min
4	1500	25 min

TABLE 1 –  $(t_i)_{i=1,\dots,4}$

Les données ont été obtenues en faisant effectuer des exercices à vélo à des sujets.

Nous avons à notre disposition un fichier contenant pour neuf individus différents, les valeurs de  $(P_{\max_i})_{i=1,\dots,4}$ .

âge	taille (en cm)	masse (en kg)	quantité d'entraînement (en heure/semaine)
$27 \pm 8$	$178 \pm 6$	$70 \pm 6$	$7 \pm 3$

TABLE 2 – Moyennes  $\pm$  écart-type arrondies à l'unité d'informations concernant les sujets

25/03/2023	Séance 5:	2 min / Puissance moyenne maximale					
		Maël	Zoé	Joeil	Karl	Jérôme	Laurent
Puissance moyenne		339	180	259		294	438

FIGURE 7 – Extrait du fichier de données représentant les valeurs de  $P_{\max_2} = P_{\max}(120)$  pour quelques sujets - Nous pouvons y lire que pour le sujet Jérôme (sujet n°4),  $P_{\max_2} = 294$  W.

Nous avons également pour chacun des individus et pour cinq entraînements (à vélo) différents (soit 45 combinaisons au total), les puissances déployées à chaque seconde de l'entraînement.

Décrivons ces entraînements :

- Entraînement 1 : Le sujet travaille à une puissance égale à sa PMA pendant 2 min, puis récupère à 0 W pendant 2 min et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il abandonne.
- Entraînement 2 : Le sujet sprinte pendant 6 s, puis récupère à 0 W pendant 2 min et ainsi de suite jusqu'à ce que la puissance qu'il déploie pendant le sprint diminue de 10 % par rapport à son premier sprint ou qu'il abandonne.
- Entraînement 3 : Le sujet travaille à une puissance égale à 200 % de sa PMA pendant 30 s, puis récupère à 0 W pendant 2 min et ainsi de suite jusqu'à ce que la puissance qu'il déploie pendant la phase de travail diminue de 10 % par rapport à sa première phase de travail ou qu'il abandonne.

- Entraînement 4 : Le sujet travaille à une puissance égale à sa PMA pendant 30 s, puis à une puissance égale à 50 % de sa PMA pendant 30 s et ainsi de suite jusqu'à ce que la puissance qu'il déploie pendant la phase de travail à PMA diminue de 10 % ou qu'il abandonne.
  - Entraînement 5 : Le sujet travaille à  $P_{\max_4}$  pendant 10 min, puis récupère à 0 W pendant 5 min et ainsi de suite jusqu'à ce que la puissance qu'il déploie pendant la phase de travail diminue de 10 % ou qu'il abandonne.
- Les entraînements 1, 4 et 5 sont des entraînements d'intensité sévère. Les entraînements 2 et 3 sont quant à eux d'intensité extrême.

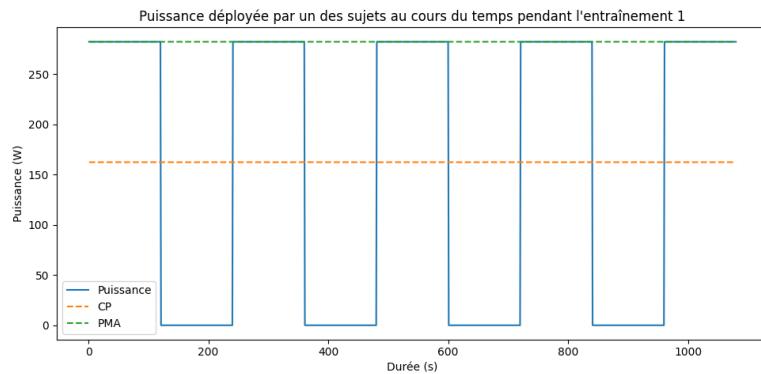


FIGURE 8 – Puissances déployées par le sujet 1 au cours de l'entraînement 1 - CP calculée par le modèle hyperbolique à 3 paramètres

6 secondes de sprint / 2 min de récupération / arrêt: perte 10%							
Maël		Zoé		Joeil		Jérôme	
Temps	Puissance	Temps	Puissance	Temps	Puissance	Temps	Puissance
1	937	1	476	1	762	1	750
2	937	2	476	2	762	2	750
3	937	3	476	3	762	3	750
4	937	4	476	4	762	4	750
5	937	5	476	5	762	5	750
6	937	6	476	6	762	6	750
7	0	7	0	7	0	7	0
8	0	8	0	8	0	8	0
9	0	9	0	9	0	9	0
10	0	10	0	10	0	10	0
11	0	11	0	11	0	11	0
12	0	12	0	12	0	12	0
13	0	13	0	13	0	13	0
14	0	14	0	14	0	14	0
15	0	15	0	15	0	15	0
16	0	16	0	16	0	16	0
17	0	17	0	17	0	17	0
18	0	18	0	18	0	18	0
19	0	19	0	19	0	19	0
20	0	20	0	20	0	20	0

FIGURE 9 – Tableau représentant les valeurs de puissances déployées à chaque des 20 premières secondes de l’entraînement 2 pour quelques sujets - Nous pouvons y lire que le sujet Zoé (sujet n°2), travaille pendant les six premières secondes de son entraînement à 476 W.

Les sujets 3 et 4 ont mal maîtrisé leurs séances et ont, de plus, trop évolué en terme de capacités au cours d’elles. Ils ne seront donc pas pris en compte dans la suite.

## 6 Récupération des paramètres

### 6.1 Résultats

Notons :

1. Modèle linéaire à deux paramètres
2. Modèle hyperbolique à trois paramètres
3. Modèle OmPD (en utilisant les trois points de régression  $(t_i, P_{\max_i})_{i=2,\dots,4}$ )
4. Modèle OmPD (en utilisant les quatre points de régression  $(t_i, P_{\max_i})_{i=1,\dots,4}$ )

Modèle Sujet	Linéaire à deux paramètres	Hyperbolique à trois paramètres	OmPD (3 points de régression)	OmPD (4 points de régression)
1	$CP = 174 \text{ W}$ $W' = 25811 \text{ J}$	$CP = 151 \text{ W}$ $W' = 67640 \text{ J}$ $maxP = 433 \text{ W}$	$CP = 161 \text{ W}$ $W' = 42842 \text{ J}$ $maxP = 407 \text{ W}$	$CP = 191 \text{ W}$ $W' = 18184 \text{ J}$ $maxP = 1073 \text{ W}$
2	$CP = 111 \text{ W}$ $W' = 13697 \text{ J}$	$CP = 56 \text{ W}$ $W' = 176913 \text{ J}$ $maxP = 191 \text{ W}$	$CP = 79 \text{ W}$ $W' = 64220 \text{ J}$ $maxP = 191 \text{ W}$	$CP = 126 \text{ W}$ $W' = 6764 \text{ J}$ $maxP = 582 \text{ W}$
5	$CP = 330 \text{ W}$ $W' = 17168 \text{ J}$	$CP = 313 \text{ W}$ $W' = 46873 \text{ J}$ $maxP = 496 \text{ W}$	$CP = 321 \text{ W}$ $W' = 29180 \text{ J}$ $maxP = 481 \text{ W}$	$CP = 341 \text{ W}$ $W' = 11869 \text{ J}$ $maxP = 1400 \text{ W}$
6	$CP = 301 \text{ W}$ $W' = 15946 \text{ J}$	$CP = 287 \text{ W}$ $W' = 41760 \text{ J}$ $maxP = 461 \text{ W}$	$CP = 293 \text{ W}$ $W' = 26501 \text{ J}$ $maxP = 445 \text{ W}$	$CP = 312 \text{ W}$ $W' = 11182 \text{ J}$ $maxP = 1076 \text{ W}$
7	$CP = 231 \text{ W}$ $W' = 23596 \text{ J}$	$CP = 203 \text{ W}$ $W' = 77098 \text{ J}$ $maxP = 436 \text{ W}$	$CP = 215 \text{ W}$ $W' = 44301 \text{ J}$ $maxP = 423 \text{ W}$	$CP = 249 \text{ W}$ $W' = 15415 \text{ J}$ $maxP = 1559 \text{ W}$
8	$CP = 194 \text{ W}$ $W' = 21902 \text{ J}$	$CP = 147 \text{ W}$ $W' = 129474 \text{ J}$ $maxP = 345 \text{ W}$	$CP = 168 \text{ W}$ $W' = 59051 \text{ J}$ $maxP = 341 \text{ W}$	$CP = 215 \text{ W}$ $W' = 12301 \text{ J}$ $maxP = 1237 \text{ W}$
9	$CP = 202 \text{ W}$ $W' = 18850 \text{ J}$	$CP = 170 \text{ W}$ $W' = 87013 \text{ J}$ $maxP = 342 \text{ W}$	$CP = 184 \text{ W}$ $W' = 43422 \text{ J}$ $maxP = 337 \text{ W}$	$CP = 219 \text{ W}$ $W' = 11204 \text{ J}$ $maxP = 1092 \text{ W}$
Moyenne	$CP = 220 \text{ W}$ $W' = 19567 \text{ J}$	$CP = 190 \text{ W}$ $W' = 89510 \text{ J}$ $maxP = 386 \text{ W}$	$CP = 203 \text{ W}$ $W' = 44217 \text{ J}$ $maxP = 375 \text{ W}$	$CP = 236 \text{ W}$ $W' = 12417 \text{ J}$ $maxP = 1146 \text{ W}$
écart-type	$CP = 69 \text{ W}$ $W' = 4045 \text{ J}$	$CP = 81 \text{ W}$ $W' = 44692 \text{ J}$ $maxP = 96 \text{ W}$	$CP = 76 \text{ W}$ $W' = 12888 \text{ J}$ $maxP = 89 \text{ W}$	$CP = 67 \text{ W}$ $W' = 3328 \text{ J}$ $maxP = 287 \text{ W}$

TABLE 3 – Valeurs individuelles, moyennes et écart-types des  $CP$  et  $W'$  estimés en fonction du modèle de représentation de  $P_{\max}(t)$  utilisé

## 6.2 Calcul des erreurs

Étant donné les points de régression à notre disposition, les calculs d'erreur deviennent :

### Modèle linéaire à deux paramètres

$$\text{erreur} = \sqrt{\sum_{i=2}^4 |W_{\max_i} - W_{\max_{\text{reg}}}(t_i)|^2} \quad (12)$$

### Modèle hyperbolique à trois paramètres

$$\text{erreur} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 |t_i - t_{\text{reg}}(P_{\max_i})|^2} \quad (13)$$

### Modèle OmPD (3 points de régression)

$$\text{erreur} = \sqrt{\sum_{i=2}^4 |P_{\max_i} - P_{\max_{\text{reg}}}(t_i)|^2} \quad (14)$$

### Modèle OmPD (4 points de régression)

$$\text{erreur} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 |P_{\max_i} - P_{\max_{\text{reg}}}(t_i)|^2} \quad (15)$$

Modèle	Moyenne $\pm$ écart-type de l'erreur (arrondis à l'unité)
1	$9646 \pm 2084$ J
2	$6 \pm 0$ s
3	$6 * 10^{-10} \pm 9 * 10^{-10}$ W
4	$20 \pm 4$ W

TABLE 4 – Moyennes  $\pm$  écart-type arrondies à l'unité des erreurs en fonction du modèle utilisé

Les régressions ne sont pas réalisées sur les mêmes variables selon le modèle utilisé. L'erreur du modèle 1 est une erreur sur le travail en joules, alors que celle du modèle 2 est sur le temps en secondes, et celles des modèles 3 et 4 sont sur la puissance en watts. Nous ne pouvons donc pas définir le modèle dont l'erreur est la plus faible comme étant le plus efficace.

De plus, les paramètres de  $CP$ ,  $W'$  et  $maxP$  étant propres à un individu, nous n'avons pas à notre disposition de valeurs cibles qu'ils auraient du prendre.

Cependant, nous nous permettons tout de même d'observer que les valeurs des réserves d'énergie  $W'$  obtenues via les modèles 2 et 3 sont très élevées et que les valeurs de  $maxP$  obtenues sont plutôt basses par rapport aux valeurs habituellement trouvées dans la littérature. En observant les courbes du modèle 2 représentant  $t(P)$ , nous remarquons que la valeur de  $maxP$  estimée par le modèle est même plus faible que  $P_{\max_1} = P_{\max}(6)$  (2).

## 7 Modélisation de la réserve d'énergie

Observons à présent les valeurs des moyennes  $\pm$  écart-types de  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}})$  obtenues en fonction du modèle utilisé pour récupérer les paramètres  $CP$  et  $W'$ .

Modèle	Moyenne $\pm$ écart-type	Moyenne $\pm$ écart-type des valeurs absolues
1	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 7301 \pm 8472 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}}) = 11735 \pm 7796 \text{ J}$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 9370 \pm 6105 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}}) = 12949 \pm 5549 \text{ J}$
2	Moyennes et écart-types non calculables car certains entraînements sont non intermittents	Moyennes et écart-types non calculables car certains entraînements sont non intermittents
3	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 28827 \pm 14242 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}}) = 24732 \pm 13485 \text{ J}$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 28842 \pm 14211 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}}) = 26015 \pm 10805 \text{ J}$
4	Moyennes et écart-types non calculables car certains entraînements sont non intermittents	Moyennes et écart-types non calculables car certains entraînements sont non intermittents

FIGURE 10 – Moyennes  $\pm$  écart-type des valeurs et des valeurs absolues des  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}})$  sur tous les sujets et tous les entraînements en fonction du modèle  $P_{\text{max}}(t)$  utilisé pour récupérer les paramètres  $CP$  et  $W'$

Modèle	Moyenne $\pm$ écart-type	Moyenne $\pm$ écart-type des valeurs absolues
1	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 11404 \pm 7279 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}}) = 12188 \pm 9550 \text{ J}$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 11949 \pm 6344 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}}) = 14211 \pm 6146 \text{ J}$
2	Moyennes et écart-types non calculables car certains entraînements sont non intermittents	Moyennes et écart-types non calculables car certains entraînements sont non intermittents
3	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 31731 \pm 13014 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}}) = 22104 \pm 14519 \text{ J}$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 31731 \pm 13014 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}}) = 24242 \pm 10569 \text{ J}$
4	Moyennes et écart-types non calculables car certains entraînements sont non intermittents	Moyennes et écart-types non calculables car certains entraînements sont non intermittents

FIGURE 11 – Moyennes  $\pm$  écart-type des valeurs et des valeurs absolues des  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{oed}}}(T_{\text{final}})$  sur tous les sujets et les entraînements sévères (1, 4 et 5) en fonction du modèle  $P_{\text{max}}(t)$  utilisé pour récupérer les paramètres  $CP$  et  $W'$

Modèle	Moyenne $\pm$ écart-type	Moyenne $\pm$ écart-type des valeurs absolues
1	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 1147 \pm 6069 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}(T_{\text{final}}) = 11056 \pm 3788 \text{ J}$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 5502 \pm 2806 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{\text{final}}) = 11056 \pm 3788 \text{ J}$
2	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 68611 \pm 45673 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{\text{final}}) = 65687 \pm 39889 \text{ J}$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 68611 \pm 45673 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{\text{final}}) = 65687 \pm 39889 \text{ J}$
3	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 24470 \pm 14880 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{\text{final}}) = 28673 \pm 10608 \text{ J}$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 24509 \pm 14816 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{\text{final}}) = 28673 \pm 10608 \text{ J}$
4	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = -4930 \pm 5499 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{\text{final}}) = 5972 \pm 3000 \text{ J}$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) = 5607 \pm 4807 \text{ J}$ $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{\text{final}}) = 5972 \pm 3000 \text{ J}$

FIGURE 12 – Moyennes  $\pm$  écart-type des valeurs et des valeurs absolues des  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{\text{final}})$  sur tous les sujets et les entraînements extrêmes (2 et 3) en fonction du modèle  $P_{\max}(t)$  utilisé pour récupérer les paramètres  $CP$  et  $W'$

Nous remarquons que pour certaines combinaisons de modèle  $P_{\max}(t)$ , sujet et entraînement, les valeurs du paramètre  $CP$  estimées sont telles que le sujet ne travaille jamais au-dessous ou jamais au-dessus de sa  $CP$ . Ainsi, l’entraînement ne peut être qualifié d’intermittent puisqu’il n’implique pas d’alternance entre des phases de travail et des phases de récupération.

Comme nous pouvons le voir sur les tableaux (10), (11) et (12), que nous considérons la totalité des entraînements ou que nous les regroupons par intensité, aucune des moyennes des réserves d’énergie à l’épuisement n’est nulle, ni même comprise entre  $-1000$  et  $1000$  J en valeur absolue. L’un des objectifs de ces modèles étant de représenter l’épuisement d’un individu en s’annulant à la fin de l’entraînement, ils semblent donc échouer.

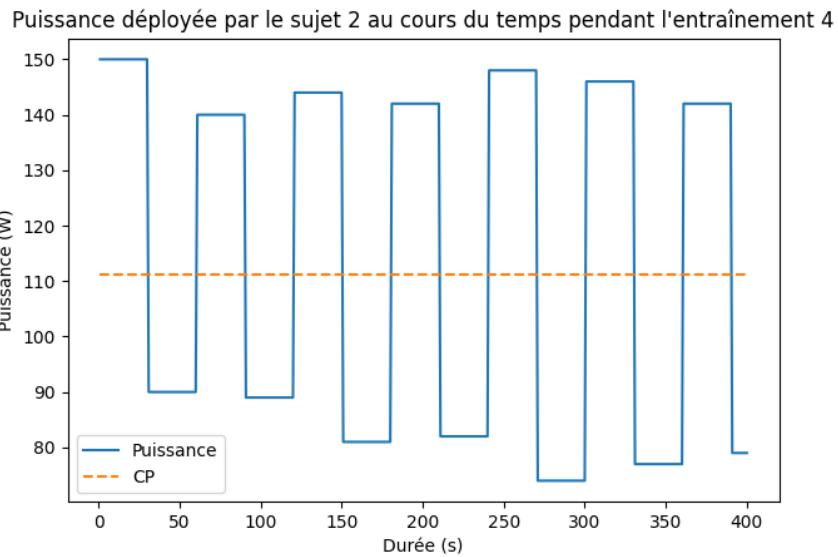
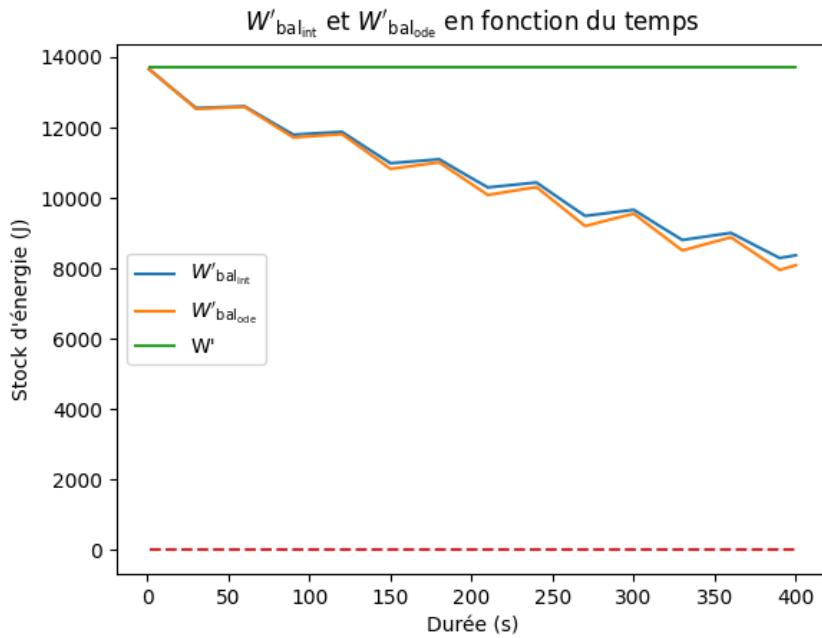


FIGURE 13 –  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$ ,  $W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}$  et puissance déployée au cours d'une portion de l'entraînement 4 pour le sujet 2

## 8 Individualisation du terme $\tau_{W'}$ du modèle $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$

Tentons d'obtenir des résultats plus satisfaisants en travaillant sur la constante de récupération  $\tau_{W'}$  du modèle  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$ .

Dans la suite, nous n'utiliserons plus que le modèle linéaire à deux paramètres pour récupérer  $CP$  et  $W'$ . Les mêmes opérations auraient pu être effectuées en utilisant les autres modèles, mais les modèles hyperbolique à trois paramètres et OmPD à quatre points de régression estiment des valeurs de  $CP$  telles qu'au moins une séance n'est pas intermittente pour au moins un sujet, et le modèle OmPD à trois points de régression semble estimer des valeurs de  $W'$  plutôt élevées et des valeurs de  $\max P$  plutôt faibles.

### 8.1 Régressions

Comme expliqué dans la section (4.2.1), les coefficients de la formule de  $\tau_{W'}$  utilisée (8) ont été obtenus via une régression sur les sujets d'un article. Or, ces coefficients n'ont pas de raison d'être adaptés à nos sujets. Cherchons donc l'équivalent de cette formule pour notre groupe d'individus.

Notons  $\tau_{W'_{\text{ref}}}$ , la valeur de  $\tau_{W'}$  obtenue par application de la formule (8). Pour chaque combinaison sujet/entraînement, calculons une valeur optimale de  $\tau_{W'}$  notée  $\tau_{W'_{\text{opt}}}$  de la manière suivante :

1. Fixons  $\tau_{W'} = 100$  s et  $\tau_{W'_{\text{bis}}} = \tau_{W'_{\text{ref}}}$ .
2. Calculons la valeur de  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  pour cette valeur de  $\tau_{W'}$ .
  - \* Si  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}}) < 0$ , alors :
    - si la valeur absolue de  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  calculée en utilisant ce  $\tau_{W'}$  est inférieure à celle de  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  calculée en utilisant  $\tau_{W'} - 1$ , fixons  $\tau_{W'_{\text{opt}}} = \tau_{W'}$ .
    - sinon, fixons  $\tau_{W'_{\text{opt}}} = \tau_{W'} - 1$ .
  - \* Sinon :
    - si la valeur absolue de  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  calculée en utilisant ce  $\tau_{W'}$  est inférieure à celle de  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{\text{final}})$  calculée en utilisant  $\tau_{W'_{\text{bis}}}$ , fixons  $\tau_{W'_{\text{bis}}} = \tau_{W'}$  puis,
    - si  $\tau_{W'} < 10000$ , augmentons  $\tau_{W'}$  d'une seconde et reprenons à l'étape 2.
    - sinon  $\tau_{W'_{\text{opt}}} = \tau_{W'_{\text{bis}}}$ .

Notons  $\tau_{W'_{\text{opt}}-i-j}$  (respectivement  $\tau_{W'_{\text{ref}}-i-j}$ ), la valeur de  $\tau_{W'_{\text{opt}}}$  (respectivement  $\tau_{W'_{\text{ref}}}$ ) pour le sujet  $i \in \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\}$  et pour l'entraînement  $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Notons, de plus,  $DCP_{i-j}$ , la valeur de  $DCP$  correspondant à l'entraînement  $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  du sujet  $i \in \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

Restreignons nous aux entraînements d'intensité sévère et calculons  $\tau_{W'_{\text{opt}}-i-j}$  et  $DCP_{i-j}$ , pour tout  $i \in \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\}$  et pour tout  $j \in \{1, 4, 5\}$ .

Entraînement	1	4	5
$\tau_{W'_{ref}}$ (en s)	496	711	533
$\tau_{W'_{opt}}$ (en s)	855	1106	4116
DCP	111	32	92

TABLE 5 –  $\tau_{W'_{opt}-2-j}$  - Valeurs de  $\tau_{W'_{ref}}$ ,  $\tau_{W'_{opt}}$  et de DCP obtenues pour les entraînements sévères du sujet 2

Essayons à présent d'ajuster la fonction  $a * \exp(-kx) + b$  aux points  $(DCP_{i-j}, \tau_{W'_{opt}-i-j})$ .

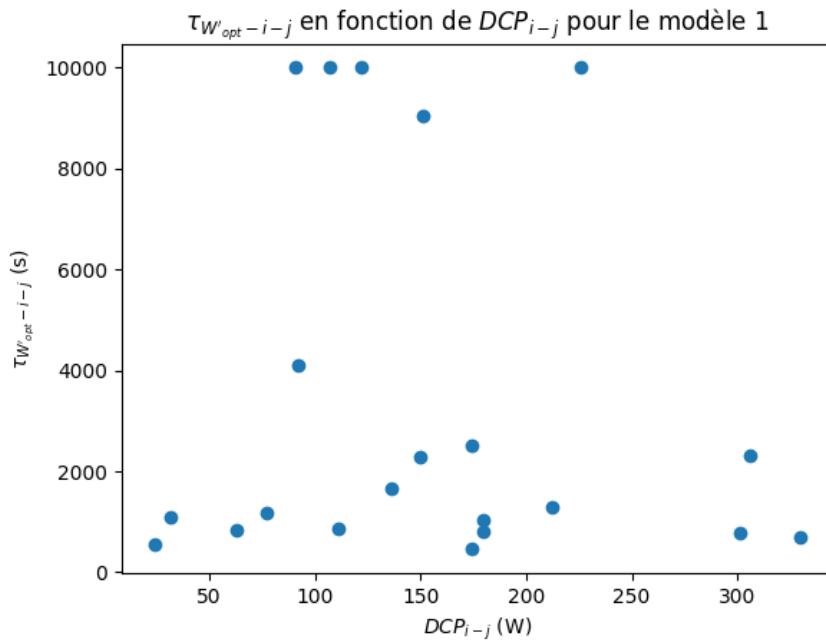


FIGURE 14 –  $\tau_{W'_{opt}-i-j}$  en fonction de  $DCP_{i-j}$  pour le modèle 1

L'ajustement des paramètres  $a$ ,  $k$  et  $b$  aux points  $(DCP_{i-j}, \tau_{W'_{opt}-i-j})$  selon la formule  $a * \exp(-kx) + b$  échoue (même en retirant les points issus de l'entraînement 5 qui représentent quatre des cinq points d'ordonnée supérieure à 8000 s).

Nous ne pouvons donc pas mettre en évidence une formule de  $\tau_{W'}$  qui serait équivalente à la formule standard avec des coefficients adaptés à nos sujets.

Nous suspectons l'influence de la puissance déployée pendant les phases de travail de l'exercice intermittent sur la valeur de la constante de récupération.

Cependant, d'autres tentatives de régression, en essayant cette fois d'ajuster à la même formule que précédemment les points  $(DCP_{i-j}, \tau_{W'_{opt}-i-j} * P_{moy_{i-j}})$  puis  $(DCP_{i-j} * P_{moy_{i-j}}, \tau_{W'_{opt}-i-j})$  où  $P_{moy_{i-j}}$  désigne la moyenne des puissances déployées pendant les phases de travail échouent également.

## 8.2 Utilisation des $\tau_{W'_{opt}-i-j}$

Le groupe de sujets n'étant pas homogène, ils n'ont pas de raison d'avoir un  $\tau_{W'}$  semblable. Nous laissons donc de côté l'idée d'adapter la formule (8) à nos données et nous observons l'impact de l'utilisation des  $\tau_{W'_{opt}-i-j}$  pour  $i \in \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\}$  et pour  $j \in \{1, 4, 5\}$ , sur  $W'_{bal_{int}}(T_{final})$ .

	Moyenne $\pm$ écart-type
$\tau_{W'_{ref_{moy}}}$ (en s)	$472 \pm 111$
$\tau_{W'_{opt_{moy}}}$ (en s)	$3408 \pm 3676$

TABLE 6 – Moyennes  $\pm$  écart-type des valeurs de  $\tau_{W'_{ref}-i-j}$  et  $\tau_{W'_{opt}-i-j}$  sur tous les sujets et sur les entraînements sévères (1, 4 et 5)

Nous observons que la formule (8) semble sous-estimer la constante de récupération.

Calculons les moyennes  $\pm$  écart-type de  $W'_{bal_{int}}(T_{final})$  selon que  $\tau_{W'}$  soit calculé en utilisant (8) ou de manière optimale pour chaque sujet et pour chaque entraînement.

Mode de calcul de $\tau_{W'}$	Via la formule (8)	Via la méthode optimale
moyenne $\pm$ écart-type des $W'_{bal_{int}}(T_{final})$ (en J)	$11404 \pm 7279$	$614 \pm 1500$
moyenne $\pm$ écart-type des $ W'_{bal_{int}}(T_{final}) $ (en J)	$11949 \pm 6344$	$619 \pm 1498$

TABLE 7 – Moyennes  $\pm$  écart-type des valeurs et des valeurs absolues des  $W'_{bal_{int}}(T_{final})$  sur les entraînements sévères (1, 4 et 5) en fonction du mode de calcul de  $\tau_{W'}$

L'utilisation des  $\tau_{W'_{opt}-i-j}$  permet comme prévu de diminuer  $W'_{bal_{int}}(T_{final})$

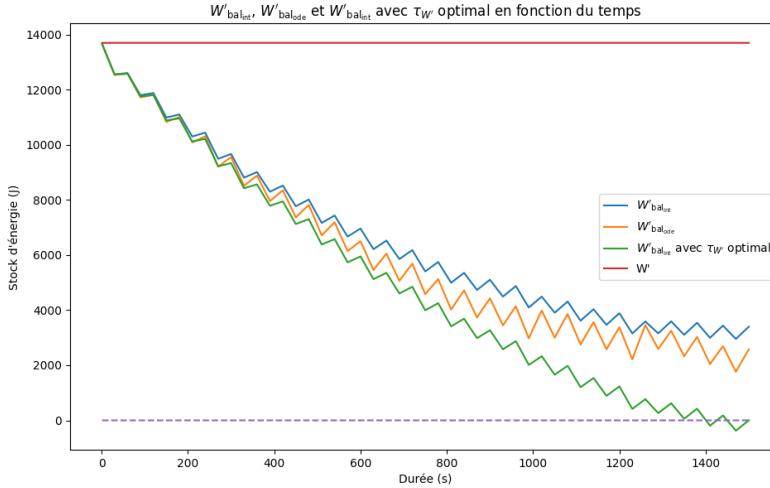


FIGURE 15 –  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$ ,  $W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$  avec  $\tau_{W'}$  optimal pour l’entraînement 4 du sujet 2

## 9 Conclusion

Notre objectif d’améliorer les résultats obtenus lors de la modélisation d’un entraînement intermittent par le modèle  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$  via une individualisation de  $\tau_{W'}$  semble fonctionner.

Cependant, l’efficacité de ce modèle pour l’exercice intermittent est fortement dépendante des paramètres  $CP$  et  $W'$ . Nos calculs ne nous permettent pas de nous assurer de la supériorité d’un modèle de détermination de ces paramètres sur les autres. De même, il n’est pas possible d’émettre un avis valable sur l’efficacité des modèles  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{ode}}}$  dans la modélisation du stock d’énergie d’un individu précis au cours d’un entraînement donné sans une observation de ce cas à la loupe.

La piste la plus évidente d’amélioration du modèle pour gérer les entraînements semble être l’individualisation du terme  $\tau_{W'}$ . D’après les résultats obtenus, cette piste semble une solution pour rendre le modèle utilisable.

Sans mise en évidence de l’existence d’un  $\tau_{W'}$  identique ou au moins semblable chez un individu pour des entraînements de même intensité, le modèle ne pourra être utilisé à des fins prédictives. Cette valeur de  $\tau_{W'}$  pourrait être fixée comme étant la moyenne des  $\tau_{W'_{opt}}$  obtenus pour les entraînements antérieurs de même intensité de cet individu, et ainsi varier en fonction des améliorations et des dégradations de ces performances au cours du temps.

La mise en place de valeurs  $\tau_{W'}$  valables au sein de groupes d'individus pratiquant la même activité serait d'une aide encore plus grande pour la planification de l'activité physique.

Le terme  $DCP$  de la formule standard de détermination de  $\tau_{W'}$  (8) est calculé en amont de l'entraînement comme étant la différence entre la moyenne des puissances déployées pendant les phases de récupération et la puissance critique  $CP$ . Un re-calculation de ce terme à chaque seconde pourrait peut-être, en échange d'une complexification du calcul de  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(t)$ , améliorer les résultats obtenus.

## 10 Références

1. Chorley A, Lamb KL. The Application of Critical Power, the Work Capacity above Critical Power ( $W'$ ), and its Reconstitution : A Narrative Review of Current Evidence and Implications for Cycling Training Prescription. *Sports (Basel)*. 2020 Sep 4;8(9) :123. doi : 10.3390/sports8090123. PMID : 32899777 ; PMCID : PMC7552657.
2. Gaesser GA, Carnevale TJ, Garfinkel A, Walter DO, Womack CJ. Estimation of critical power with nonlinear and linear models. *Med Sci Sports Exerc.* 1995 Oct ;27(10) :1430-8. PMID : 8531615.
3. H. MONOD & J. SCHERRER (1965) THE WORK CAPACITY OF A SYNERGIC MUSCULAR GROUP, *Ergonomics*, 8 :3, 329-338, DOI : 10.1080/00140136508930810
4. Leo P, Spragg J, Podlogar T, Lawley JS, Mujika I. Power profiling and the power-duration relationship in cycling : a narrative review. *Eur J Appl Physiol.* 2022 Feb ;122(2) :301-316. doi : 10.1007/s00421-021-04833-y. Epub 2021 Oct 27. PMID : 34708276 ; PMCID : PMC8783871.
5. Mattioni Maturana F, Fontana FY, Pogliaghi S, Passfield L, Murias JM. Critical power : How different protocols and models affect its determination. *J Sci Med Sport.* 2018 Jul ;21(7) :742-747. doi : 10.1016/j.jsams.2017.11.015. Epub 2017 Nov 29. PMID : 29203319.
6. Michael J. Puchowicz, Jonathan Baker & David C. Clarke (2020) Development and field validation of an omni-domain power-duration model, *Journal of Sports Sciences*, 38 :7, 801-813, DOI : 10.1080/02640414.2020.1735609
7. Skiba PF, Chidnok W, Vanhatalo A, Jones AM. Modeling the expenditure and reconstitution of work capacity above critical power. *Med Sci Sports Exerc.* 2012 Aug ;44(8) :1526-32. doi : 10.1249/MSS.0b013e3182517a80. PMID : 22382171.
8. Skiba PF, Clarke DC. The  $W'$  Balance Model : Mathematical and Methodological Considerations. *Int J Sports Physiol Perform.* 2021 Nov 1 ;16(11) :1561-1572. doi : 10.1123/ijspp.2021-0205. Epub 2021 Oct 22. PMID : 34686611.
9. Thibault G, Marion A. A model of interval training prescription. *Med Sci Sport Exerc* 1998 : S108

## A Annexes

Sujet	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{final})$	$W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}(T_{final})$	$W'_{\text{bal}_{\text{int}}}(T_{final})$ avec $\tau_{W'}$ optimal
ENTRAÎNEMENT 1			
1	1763	2917	-8
2	4913	7555	-2
5	8162	11106	-2
6	8143	10758	0
7	17818	21513	2
8	12941	18096	-13
9	12629	16711	-8
ENTRAÎNEMENT 4			
1	-5728	-21251	-14
2	3398	2577	2
5	9862	14178	0
6	9243	14001	0
7	14074	14856	2672
8	4307	3788	4
9	7072	9492	1
ENTRAÎNEMENT 5			
1	22385	19744	0
2	13130	13465	0
5	16002	17145	3
6	15117	14948	2720
7	23538	23592	0
8	21862	21897	1300
9	18845	18850	6241
Moyenne $\pm$ écart-type			
	11404 $\pm$ 7279	12188 $\pm$ 9550	614 $\pm$ 1500
Moyenne $\pm$ écart-type des valeurs absolues			
	11949 $\pm$ 6344	14211 $\pm$ 6146	619 $\pm$ 1498

TABLE 8 –  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$ ,  $W'_{\text{bal}_{\text{oode}}}$  et  $W'_{\text{bal}_{\text{int}}}$  avec  $\tau_{W'}$  optimal (en J) pour les entraînements sévères (1, 4 et 5) de tous les sujets avec  $CP$  et  $W'$  estimés via le modèle linéaire à deux paramètres

Sujet	$\tau_{W'_{ref}}$	$\tau_{W'_{opt}}$
ENTRAÎNEMENT 1		
1	412	456
2	496	855
5	336	708
6	343	784
7	381	1289
8	406	806
9	407	1049
ENTRAÎNEMENT 4		
1	746	545
2	711	1106
5	438	2293
6	456	1652
7	536	10000
8	606	845
9	569	1176
ENTRAÎNEMENT 5		
1	412	2523
2	533	4116
5	342	2312
6	373	10000
7	437	9056
8	477	10000
9	504	10000
Moyenne $\pm$ écart-type		
	$472 \pm 111$	$3408 \pm 3676$

TABLE 9 –  $\tau_{W'_{ref}}$  et  $\tau_{W'_{opt}}$  (en s) pour les entraînements sévères (1, 4 et 5) de tous les sujets avec  $CP$  et  $W'$  estimés via le modèle linéaire à deux paramètres