

## GdT Entropie

### Introduction

- lois de conservation
- notion de conservation

### Cas scalaire linéaire

- EDP, multi-D, 1D
- Translation, courbes caractéristiques
- EDP OK dans le cas régulier, translation OK pour toute fonction
- Cas système linéaire

### Cas scalaire non linéaire

- EDP multi-D, 1D
- Lois de conservation
- Caractéristiques
  - GEOGEBRA : Apparition de discontinuités en temps fini, notion d'ondes de choc
  - Cône de dépendance
- Notion de solution faible
- Non unicité -> critère de sélection :
  - critère de stabilité des chocs (compression, caractéristiques entrantes) : Lax, Oleinik, Liu...
  - régularisation visqueuse : Gel'fand, Gilbarg  $(e \circ u(x))'' = e'(u) u''(x) + e''(u) (u'(x))^2$ 
    - Déf. Entropie : couple fonction convexe, flux associé
    - Egalité pour les sol. rég.
    - Inégalité d'entropie, stricte le long des chocs
    - Entropie de Kruzhkov : entropie relative, dans  $L^1$ 
      - Inégalité de Kato (symétrie de l'entropie)
      - Unicité, comparaison (par conservation), Contraction  $L^1$
      - Rq : existence par rég. visqueuse, numérique, etc.

### Cas système non linéaire

- Déf. Entropie, n'existe pas toujours
- Egalité pour les sol. rég.
- Inégalité d'entropie, stricte le long des chocs
- Existence d'une entropie ssi système symétrisable (existence en temps court de sol. rég)
- Unicité : Kruzhkov impossible, car pas assez d'entropies pour récupérer lu-kl
- Entropie relative (env lu-kl<sup>2</sup>), mas pas symétrique ! Donc Kato impossible à obtenir
- En fait, contre-exemple d'unicité en 2D pour Euler (De Lellis, Székelyhidi)
- Mais quand même, unicité fort-faible