

Quelques questions...

1. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + f'(x)) = A$.

Montrez que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$.

2. Considérons un échiquier 8×8 , et supprimons deux cases quelconques.

Est-il toujours possible de recouvrir la surface restante avec des dominos "classiques" (i.e. 2×1) ?

3. Soit n un entier naturel ≥ 2 , E un ensemble de cardinal n , et f une application de E dans E .

Peut-on déterminer une condition nécessaire et suffisante $\mathcal{C}(n, f)$ pour qu'il existe une application g de E dans E telle que $g \circ g = f$?

4. Un espace vectoriel réel E sur un corps \mathbf{K} peut-il être la réunion d'un nombre fini de sous-espaces distincts de E ?

Un groupe G peut-il être la réunion de deux sous-groupes H et K distincts de G ?

5. Quels sont les groupes qui ont un automorphisme non trivial (i.e. distinct de l'identité) ?

6. Existe-t-il une fonction continue sur \mathbb{R} qui prend une valeur rationnelle en chaque irrationnel, et une valeur irrationnelle en chaque rationnel ?