

MATh.en.JEANS 2019/20

Proposition de sujets de recherche

Colette Anné, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, Nantes

jeudi 10 octobre 2019

1 pavages du plan

ils sont *réguliers* : une seule forme pour tous les pavés. On ne peut pas retourner les pavés. On en trouve dans la construction, par exemple ici (0:45, palais nasride à Grenade) : <https://www.youtube.com/watch?v=Za4as19ekzs>. Voici quelques questions que l'on peut se poser à leur sujet.

Est-ce que tout triangle pave le plan infini ?

Tout quadrilatère ?

Tout hexagone ayant une paire de côtés opposés parallèle ?

Tout polygone régulier ?

Existe-t-il un pavage avec des pentagones ?

Ce pavage de la mosquée Darb e Imam d'Ispahan est-il régulier ? Quel est le problème ?



2 billards

<https://www.youtube.com/watch?v=0R248E0t21c> Un billard est un polygone dans lequel une boule est lancée, qui rebondit sur les parois selon les lois de la réflexion de la lumière, il peut être carré, rectangle, triangle, voici une trajectoire fermée, infinie ? Le but est de trouver les trajectoires périodiques de la boule.

Est-ce plus facile avec un *billard qui pave* ?

Y a-t-il des trajectoires fermées à trois rebonds dans un rectangle, dans un triangle ?

...

3 à la bourse (*John Nash*)

Trouver la meilleure stratégie dans le jeu suivant : on lance au plus 5 fois un dé, le joueur s'arrête quand il veut et gagne le nombre de Napoléons (environ 260 € pièce) indiqué par le dé.

4 dimensions

Une droite est de dimension 1, une surface de dimension 2, l'espace est de dimension 3 ...

4.1 une autre définition

Compter le nombre nécessaire d'intervalles de longueur $1/2$, puis $1/3$, $1/4$... pour couvrir un intervalle de longueur 1. Compter le nombre nécessaire de petits carrés de côté $1/2$, $1/3$, $1/4$... pour couvrir un grand carré de côté 1. Recommencer avec des cubes. Où apparaît la dimension ?

4.2 un ensemble étonnant

On considère l'ensemble K obtenu à partir de l'intervalle I de longueur 1 de la façon suivante : à I on enlève l'intervalle central de longueur $1/2$, on obtient deux intervalles I_1 et I_2 , à chacun de ces intervalles on applique l'opération précédente : on enlève l'intervalle central de longueur moitié on obtient 4 intervalles I_{11} , I_{12} , I_{21} , I_{22} , et on recommence ainsi de suite. L'ensemble K est celui que l'on obtient *à la limite*. Quelle est sa dimension ?