

MATh.en.JEANS 2020/21

Proposition de sujets de recherche

Colette Anné, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, Nantes

Mardi 13 octobre 2020

1 partage de boissons

Nous disposons de trois cruches : une peut contenir 3 litres, la deuxième 5 litres et la troisième 8 litres. La plus grande est remplie d'eau, les deux autres sont vides.

1.1 Comment obtenir un volume de 4 litres ?

On peut verser de l'eau d'une cruche à l'autre, mais dans ce cas on verse *entièrement* c'est à dire jusqu'à ce que l'une des cruches soit vide ou l'autre pleine, par exemple on peut commencer par verser 5 litres dans la deuxième.

1.2 Plus généralement, peut-on obtenir 1 litre ? 2 ? etc...

1.3 Pouvez-vous généraliser la méthode avec trois cruches contenances respectives (3,7,10), ou bien (5,7,12), (5,9,16), etc ?

2 le problème des lacets

On s'intéresse ici aux différentes façons de lacer des chaussures à lacets. La règle est que le lacet doit visiter chaque œillet en alternant les œillets de gauche et de droite et l'on recherche la méthode qui utilise le moins possible de longueur de lacet.

<https://www.youtube.com/watch?v=i5nWIOEDiBs>

2.1 Parmi les méthodes que vous connaissez, quelle est la plus économe ?

2.2 Est-ce la plus économe de toutes les méthodes possibles?

2.3 Et si on n'oblige pas le lacet à alterner les côtés, Peut-on être plus économe ?



3 découpage d'un ruban à une face



Prenez un ruban de papier et tracez de chaque côté, dans le sens de la plus grande longueur, une ligne au milieu du ruban.

3.1 Pouvez-vous construire un *ruban à une face* en recollant bord à bord les petits bouts ?

3.2 est-ce que si on tort le ruban on obtient toujours un ruban à une face ?

Quelle est la règle ?

3.3 Une fourmi parcourt le ruban à une face dans le sens de la longueur.

Elle a marqué son point de départ D par deux balises au bord du ruban : la verte à droite et la rouge à gauche. Au bout d'un moment elle croit être arrivée de nouveau au point D, mais les balises sont échangées: la verte est à gauche et la rouge à droite. Elle appelle A ce nouveau point.

3.3.1 Intriguée elle fait demi-tour, revient en D et découpe le ruban le long du chemin de D à A.

Est-ce qu'elle obtient deux rubans ?

3.3.2 Et si elle découpe le ruban le long d'une ligne parallèle au grand côté mais pas située au milieu du petit côté, que se passe-t-il ? Et si elle avait suivi une diagonale ?

3.3.3 Est-il possible de construire un ruban à une face à partir d'un triangle ?

4 pavages

ils sont *réguliers* : une seule forme pour tous les pavés. On ne peut pas retourner les pavés. On en trouve dans la construction, par exemple ici (0:30, palais nasride) : <https://www.youtube.com/watch?v=Za4as19ekzs>. Voici quelques questions que l'on peut se poser à leur sujet.

4.1 pavages du plan

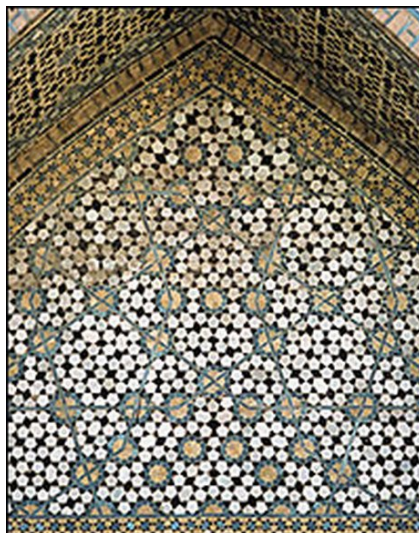
Est-ce que tout triangle pave le plan infini ?

Tout quadrilatère ?

Tout hexagone ayant une paire de côtés opposés parallèle ?

Tout polygone régulier ?
Existe-t-il un pavage avec des pentagones ?

Ce pavage de la mosquée Darb e Imam
d'Ispahan est-il régulier ? Quel est le prob-
lème ?



4.2 sur une sphère

Y a-t-il des contraintes pour paver la sphère avec un pavage régulier de *polygones* ?