

Maths en jeans 2011/2012

réunion du 10 Octobre 17h30

Laboratoire de Mathématiques Jean Leray

PROPOSITION DE SUJETS DE RECHERCHE

Colette Anné

1. DIMENSIONS

1.1. une autre définition. Compter le nombre nécessaire d'intervalles de longueur $1/2, 1/3, 1/4\dots$ pour couvrir un intervalle de longueur 1. Compter le nombre nécessaire de petits carrés de côté $1/2, 1/3, 1/4\dots$ pour couvrir un grand carré de côté 1. Recommencer avec des cubes. Où apparaît la dimension ?

1.2. un ensemble étonnant. On considère l'ensemble K obtenu à partir de l'intervalle I de longueur 1 de la façon suivante : à I on enlève l'intervalle central de longueur $1/2$, on obtient deux intervalles I_1 et I_2 , à chacun de ces intervalles on applique l'opération précédente : on enlève l'intervalle central de longueur moitié on obtient 4 intervalles $I_{11}, I_{12}, I_{21}, I_{22}$, et on recommence ainsi de suite. L'ensemble K est celui que l'on obtient à *l'infini*. Quelle est sa dimension ?

2. MESURE

Peut-on dessiner, dans un carré de côté 1, une ligne aussi longue que l'on veut, qui ne se recoupe pas ?

3. GRAPHES

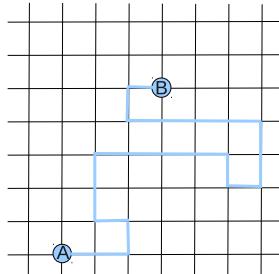
Un graphe est un ensemble fini de points, les sommets, reliés par des arêtes. Il est dit *planaires* si on peut le dessiner sur le plan sans que les arêtes se coupent.

3.1. graphes complets. Ce sont ceux où tous les sommets sont reliés entre eux par une arête. Quels sont ceux qui sont planaires ?

3.2. graphes bipartis complets. Ce sont ceux où les sommets sont séparés en deux ensembles et chaque sommet d'un ensemble est relié par une arête à tous les sommets de l'autre ensemble. Quels sont ceux qui sont planaires ?

4. UN TAXI À NEW-YORK (*proposé par Salim Rivière*)

Les rues de New-York, comme celles de la Roche-sur-Yon, forment un quadrillage. On peut donc modéliser les déplacements d'un taxi en disant qu'à chaque intersection, il ne peut emprunter que quatres directions : Nord, Sud, Est et Ouest. Par exemple, la figure suivante représente le trajet d'un taxi se rendant du carrefour A au carrefour B :



Dans un premier temps, il faudra calculer, une fois le point de départ A fixé, quel est le nombre de trajets de longueur minimale entre A et chaque carrefour de la grille. On pourra ensuite approfondir le lien entre les nombres apparaissant et le triangle de Pascal. Enfin, il sera possible d'étudier des cas plus complexes, en ajoutant par exemple des sens uniques, des rues interdites pour cause de travaux.
IDÉE D'APPLICATION : Toutes les canalisations de la ville doivent être refaites pendant l'été. Essayer de trouver une méthode qui rende maximal le nombre de trajets minimaux entre chaque paire de carrefours tout au long des travaux.

5. JEU DE 15

5.1. carrés magiques. trouver tous les carrés magiques 3×3

5.2. à la foire. M. Carton attend les badauds derrière son stand composé de 9 cases numérotées de 1 à 9. Ce jeu se joue à deux : chacun à tour de rôle pose une pièce (M. Carton des pièces de 2 € et le client des pièces de 1 €) sur une case libre, le premier qui peut faire 15 à l'aide de trois cases qu'il a choisies a gagné. Pourquoi est-ce que M. Carton gagne toujours même s'il joue en deuxième ?

6. NOMBRES

Trouver une méthode pour voir si une nombre est divisible par 9, par 11. (Se souvenir de la *preuve par 9*. Est-ce une preuve ?)