

# Contrôle no 3

## vendredi 10 mars 2006

Q1

1. La représentation picturale d'un carrelage sur le sol,  
2. la multiplicité des lignes d'horizon dans un tableau,  
est comprise à l'époque de  
Giotto, Lorenzetti (XIVe),  
Brunelleschi, della Francesca (XVe),  
Burbon del Monte, Dürer (XVIe), ou  
Desargues (XVIIe) ?

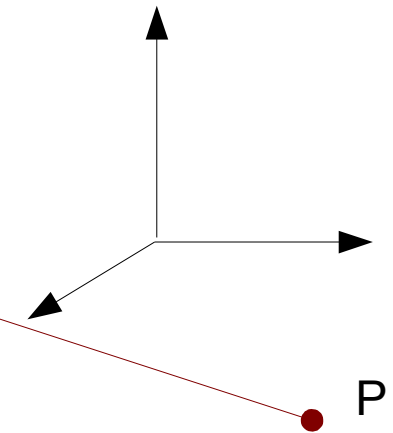
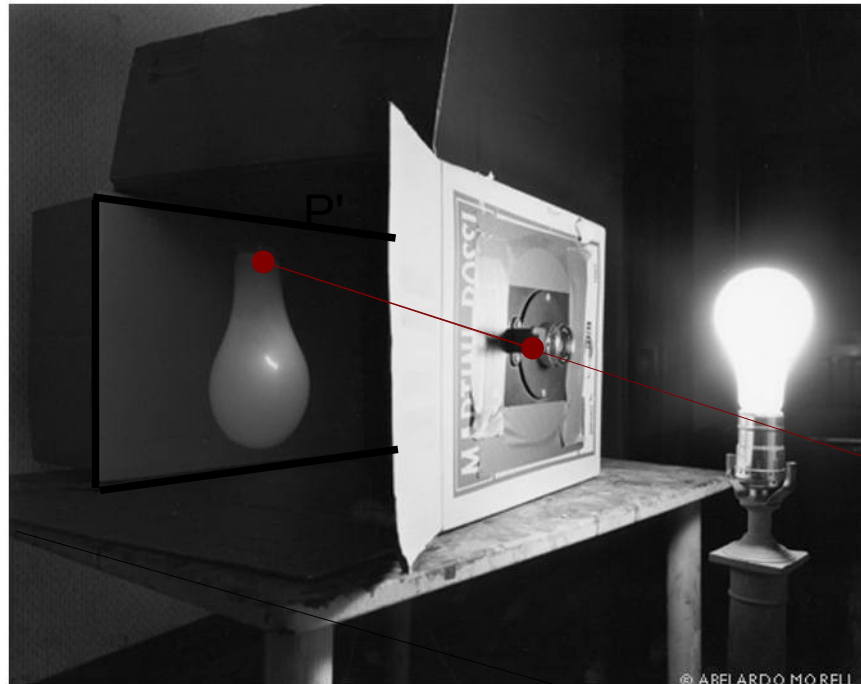
Q2

L'intersection d'un plan avec un cône peut-être :  
une ellipse, un ovale, une parabole, une demi-hyperbole, un cercle,  
un demi-cercle ?

*Durée : moins de 5 minutes*

Vendredi 10 mars 2006

le plan projectif



Exprimer les coordonnées de l'image  $P'$   
en fonction des coordonnées  $(X,Y,Z)$  de l'objet  $P$

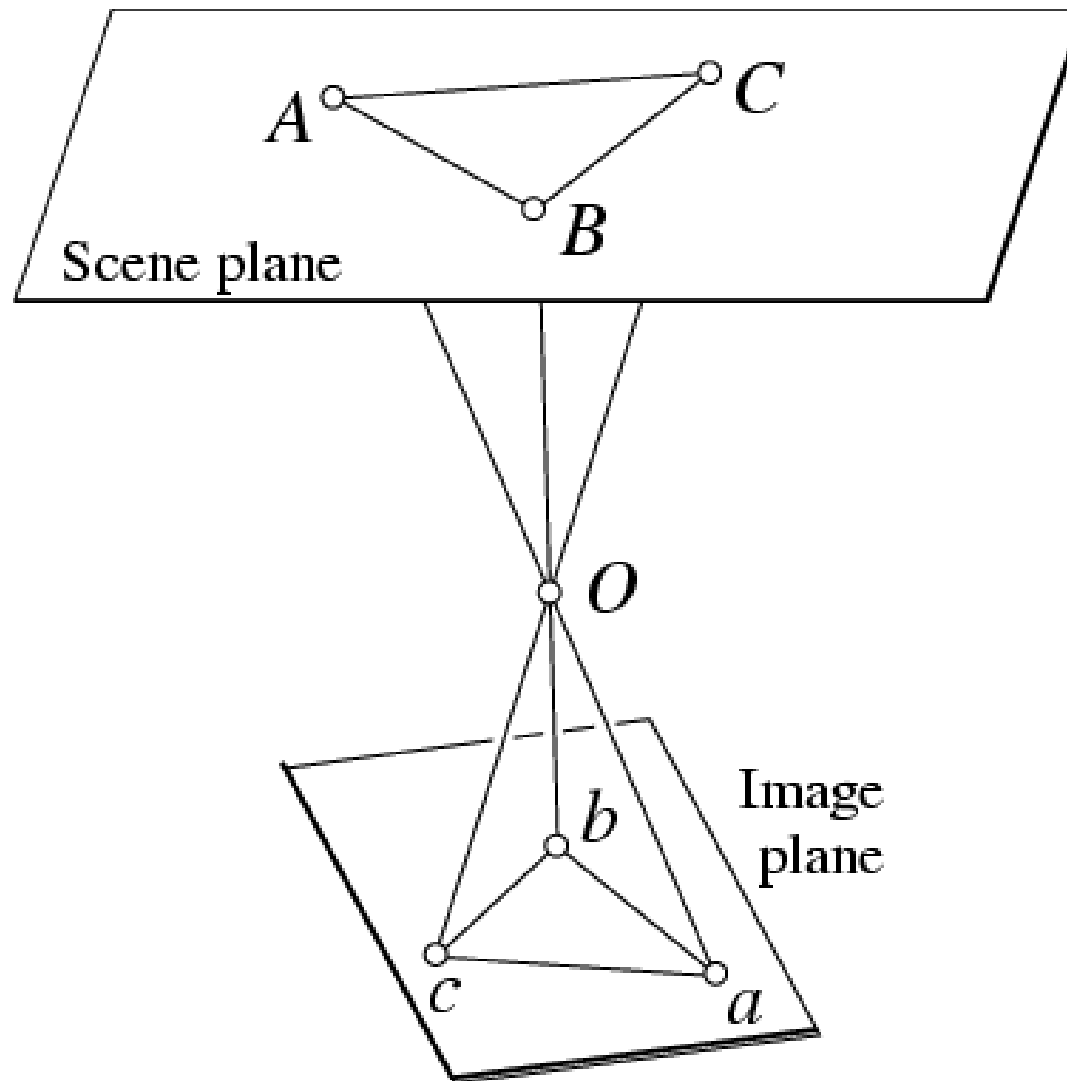
Pour exprimer les coordonnées de l'image  
en fonction  
des coordonnées  $(X,Y,Z)$  de l'objet,  
une expression comme  
 $aX/Z+bY/Z+c$  ,  $dX/Z+eY/Z+f$   
est plus maniable écrite comme  
 $aX+ bY+cZ : dX+eY+fZ : Z$   
en coordonnées homogènes 2D

# Intérêt des transformations données par des matrices sur les coordonnées homogènes

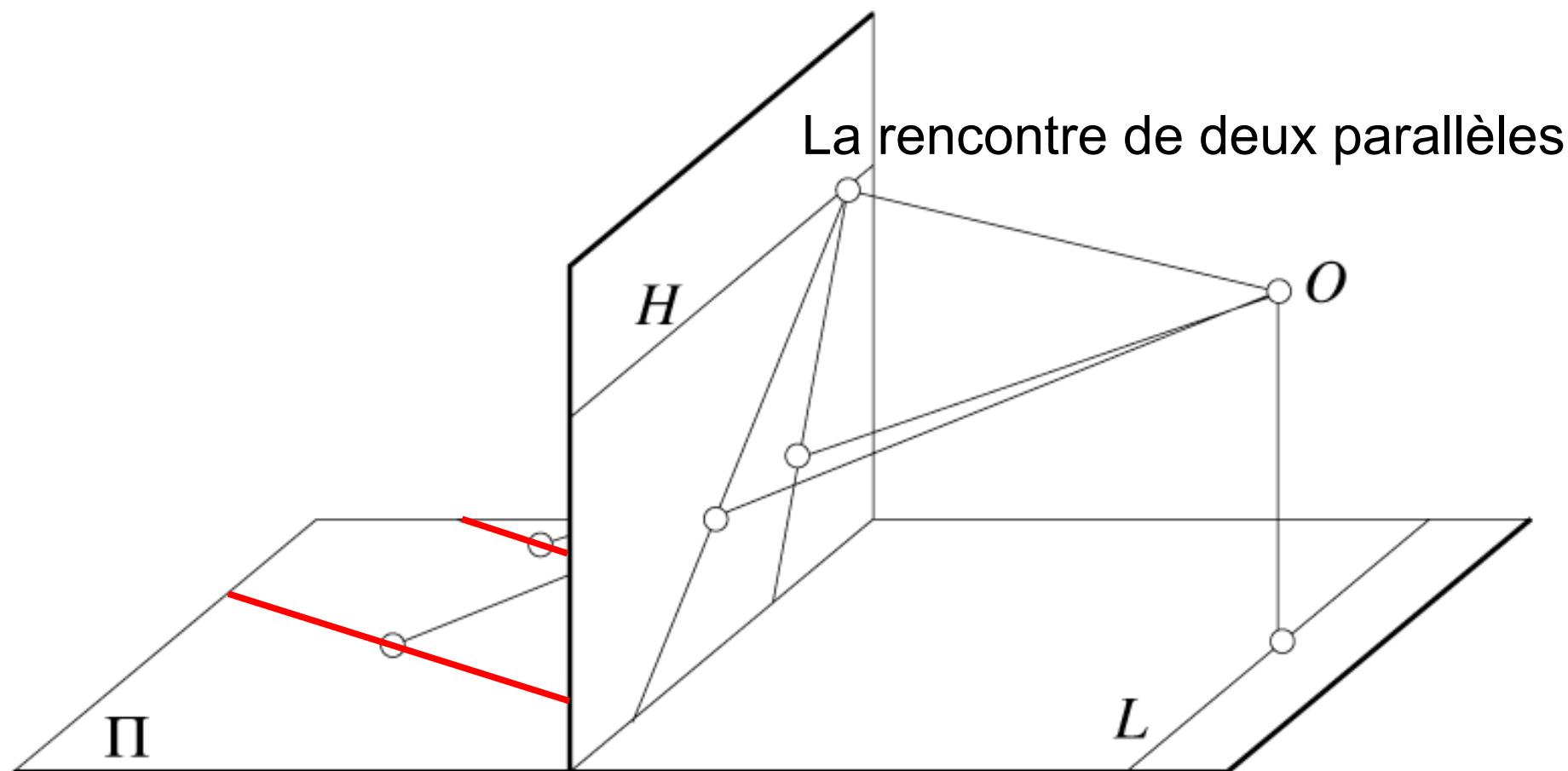
- Elles se composent : *si l'on effectue à la suite deux transformations données par une matrice, on obtient encore une transformation donnée par une matrice;*
- Tous les changements de repère en sont : *dans un changement de repère, les nouvelles coordonnées homogènes s'obtiennent des anciennes par une matrice.*

On les appelle homographies  
ou transformations projectives,  
ou encore colinéations.

# Image d'une scène plane



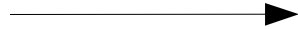
# Image d'une scène plane



*Euclidienne* : rotation

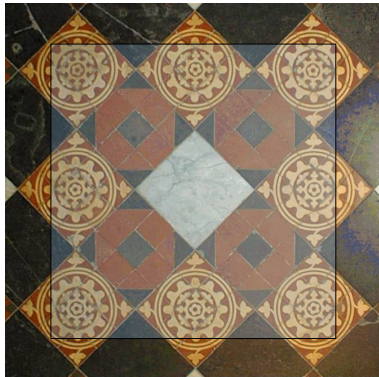


similitude



Ce qui est conservé

Alignements, angles, distances



affine



Alignements, parallélisme  
rapports de distances sur une droite



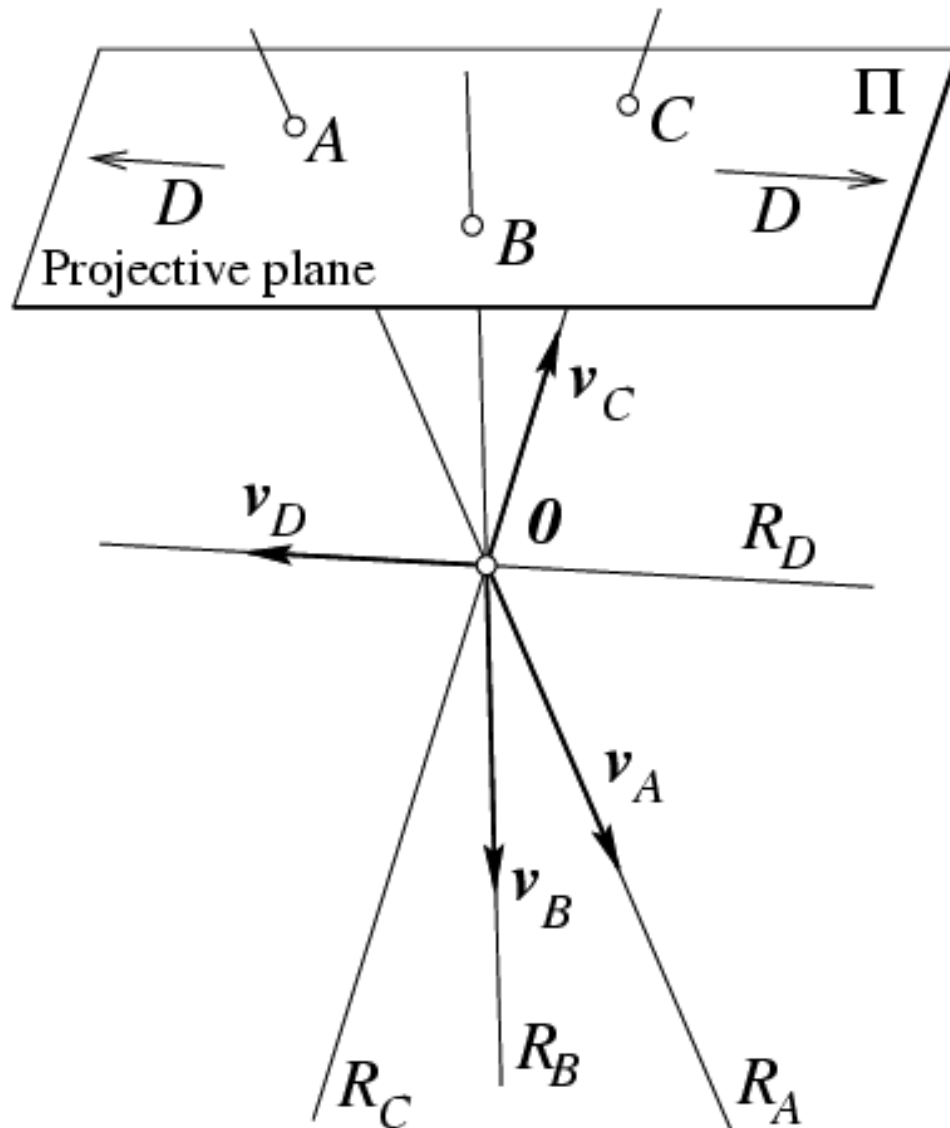
projective  
homographie



Alignements  
et ?

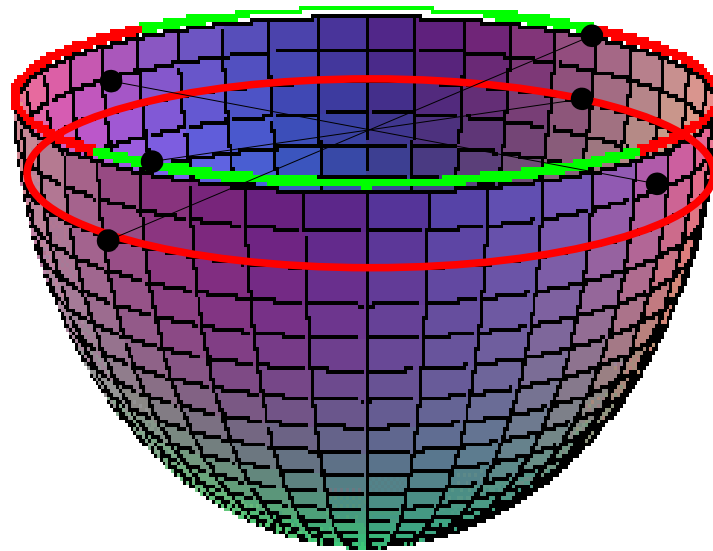


# Le plan projectif



Un point de l'espace projectif  
est  
une direction de droite

# Comment imaginer le plan projectif en entier ?



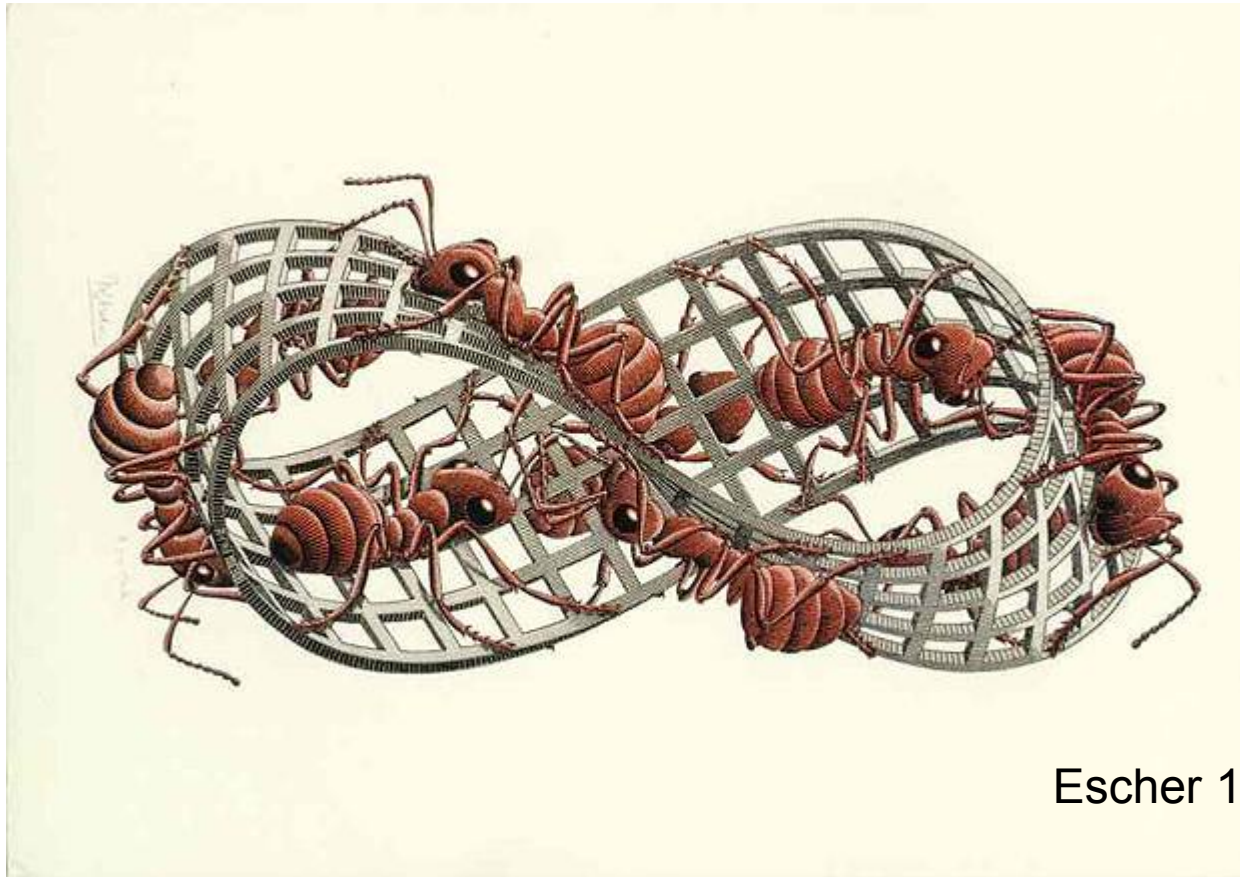
Images et animations :

<http://www.neil-strickland.staff.shef.ac.uk/courses/algtop/pictures/RP2/>

<http://www.maths.warwick.ac.uk/~bjs/> , par exemple

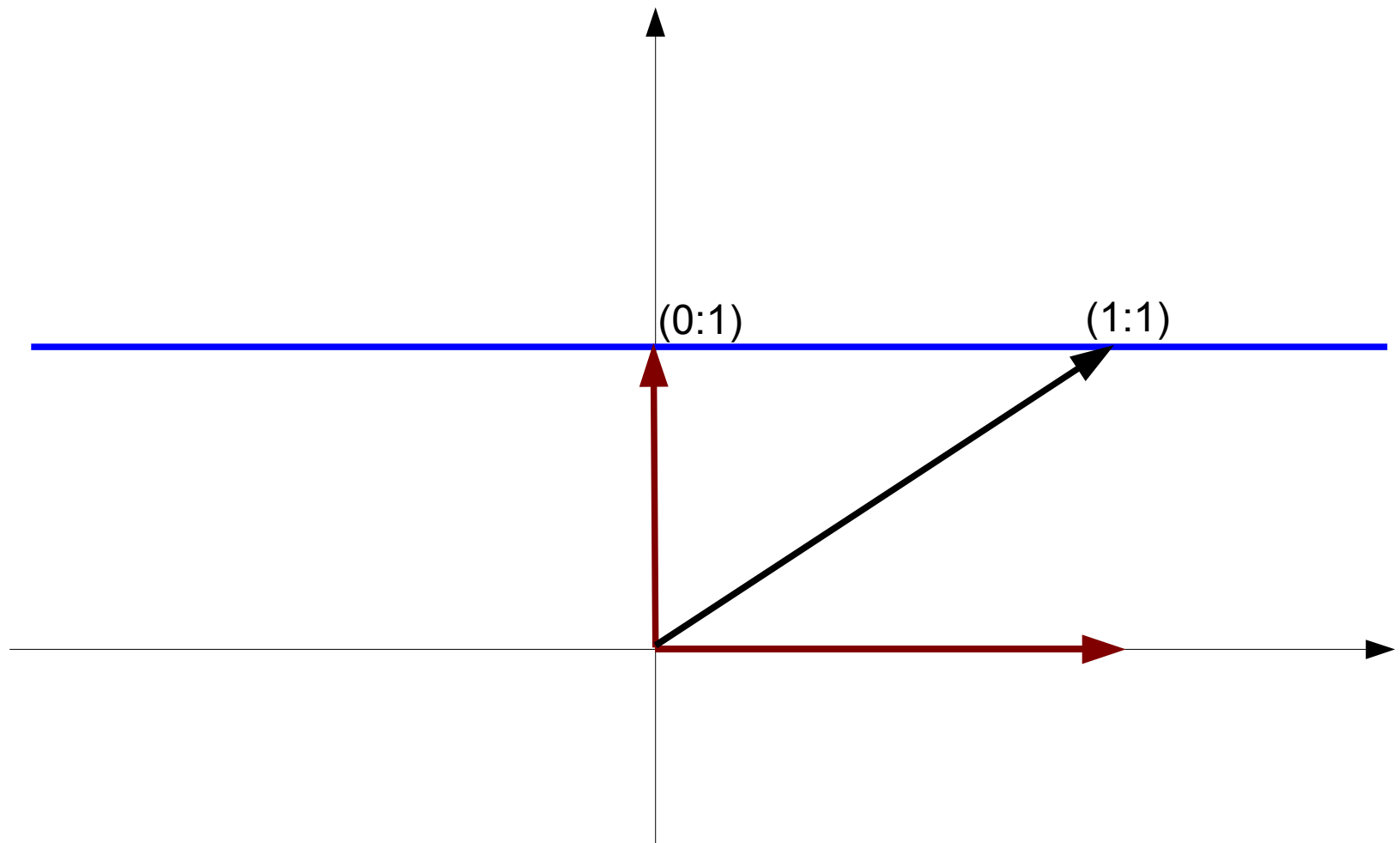
<http://www.maths.warwick.ac.uk/~bjs/images/mobtoboy.gif>

# Un ruban de Möbius

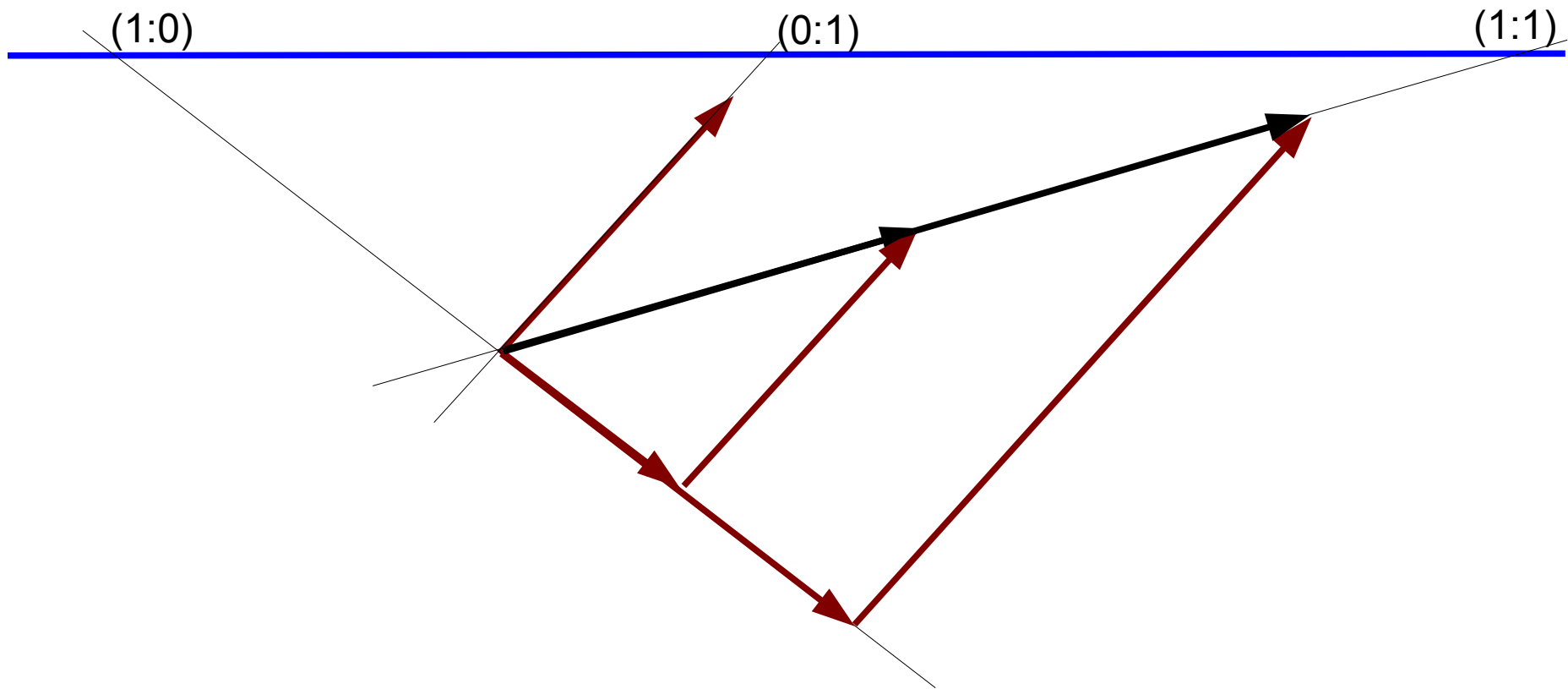


Escher 1963

# Repère affine de la droite en coordonnées homogènes



# Détermination des coordonnées projectives à proportionnalité près à partir de trois points sur une droite



# Repère projectif

Un repère de la droite projective est constitué de trois points distincts.

On convient que ce sont, dans l'ordre :

$(1:0)$ ,  $(0:1)$ ,  $(1:1)$

ou

$\infty$  , 0 , 1

Un repère du plan projectif est constitué de quatre points dont trois ne sont pas alignés.

Quand on a choisi les repères projectifs,  
la matrice d'une homographie est bien définie  
à proportionnalité près.

Quand on a choisi un repère projectif,  
les coordonnées projectives sont bien définies  
à proportionnalité près