

Contrôle numéro un de mathématiques

Nom :

Prénom :

10 octobre 2006

exercice 1

Calculer le nombre complexe suivant :

$$C = \frac{(2 + 3i)^2 + (2 - 3i)^2}{(2 + 3i)^2 - (2 - 3i)^2}$$

exercice 2

La fonction sinus est restreinte à l'intervalle $[-\pi/2, \pi/2]$:

$$\begin{array}{rcll} \sin : & \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] & \rightarrow & [-1, 1] \\ & x & \mapsto & \sin(x). \end{array}$$

1. Sa dérivée est $\cos(x)$. Établir le tableau de variation de la fonction $\sin(x)$.

2. Pourquoi la fonction $\sin(x)$ est-elle bijective ?

3. La fonction $\text{Arcsin}(x)$ est la réciproque de la fonction $\sin(x)$. Sur quel intervalle la fonction $\text{Arcsin}(x)$ est-elle dérivable et pourquoi ?

4. En utilisant la question 1, établir le tableau de variation de la fonction $\text{Arcsin}(x)$.

5. Calculer la dérivée de la fonction $\text{Arcsin}(x)$ en justifiant soigneusement. (On pourra dessiner le cercle trigonométrique.)

6. Tracer sur le même repère orthonormé Oxy les graphes des fonctions $\sin(x)$ et $\text{Arcsin}(x)$, ainsi que la droite d'équation $y = x$. On utilisera l'approximation $\pi \simeq 3,14$.