

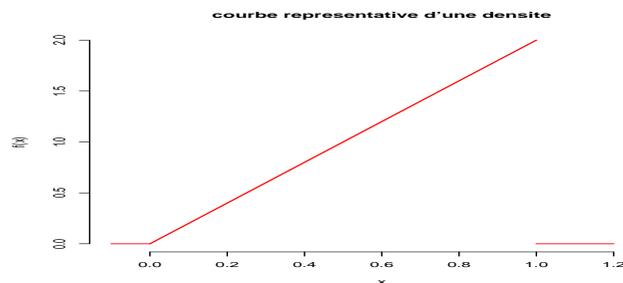
Exercices de Statistique

A. Philippe

Fiche 1

Calculs de probabilités et lois continues

Ex 1. On considère une fonction f dont la courbe représentative est donnée par le graphique suivant



- Vérifier que la fonction f est bien une densité.
- Soit X une variable aléatoire dont la loi admet pour densité f . Calculer les probabilités suivantes

$$\begin{array}{ll} P(0 \leq X \leq 0.5) & P(X \geq 0.75) \\ P(X \leq 0.25) & P(X \leq -0.25) \\ P(X \geq 1.25) & P(X = 0.5) \\ P(-1 \leq X \leq 0.25) & P(-1 \leq X \leq 2) . \end{array}$$

- Trouver x dans les cas suivants

- $P(0 \leq X \leq x) = \frac{1}{2}$,
- $P(-x \leq X \leq x) = \frac{1}{2}$,
- $P(X \geq x) = \frac{1}{2}$.

Ex 2. Soit X une variable aléatoire distribuée suivant la loi gaussienne standard, c'est à dire sa moyenne vaut $\mu = 0$ et son écart type $\sigma = 1$

- Calculer les probabilités suivantes :

$$\begin{array}{lll} P(X = 0) & P(X \leq 2) & P(0 \leq X \leq 0.5) \\ P(0 \leq X \leq 0.5) & P(X > 0.8) & P(X \leq -1) \\ P(X \geq -0.23) & P(0 \leq X \leq 0.83) & P(0 \leq X < 1.5) \\ P(-1 \leq X \leq 0) & P(-2 < X < 0) & P(-1.5 \leq X < 0) \\ P(-1.98 < X < 0.49) & P(-0.25 \leq X < 1.50) & P(X \geq 1.25) \end{array}$$

- Trouver x dans les cas suivants

- $P(X \leq x) = 0.2119$
- $P(X \geq x) = 0.1314$
- $P(0 \leq X \leq x) = 0.4750$
- $P(0 \leq X \leq x) = 0.2291$
- $P(-x \leq X \leq x) = 0.2052$

Ex 3. Le volume quotidien moyen des échanges à la bourse de New-York s'élève à 646 millions de titres. On suppose que la loi du volume quotidien est gaussienne avec un écart type 100 millions.

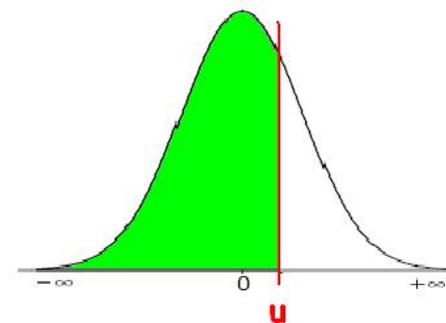
- Quelle est la probabilité que le volume d'échange soit inférieur à 400 millions de titres ?
- Quelle est la probabilité que le volume d'échange soit supérieur à 800 millions de titres ?

Ex 4. Le temps moyen qu'un abonné passe à lire le Monde est de 49 mn avec un écart type de 16 mn. On suppose que la loi du temps de lecture est gaussienne.

- Quelle est la probabilité qu'un abonné passe au moins une heure à lire son journal?
- Quelle est la probabilité qu'un abonné ne passe pas plus de 30 mn à le lire ?
- Quelle est la durée de lecture des 10% qui passent le plus de temps à lire leur journal?

Ex 5. On suppose que la durée de vol entre Paris et Nice suit une loi gaussienne de moyenne $\mu = 60$ mn et d'écart type $\sigma = 10$ mn .

- 1) Quelle est la probabilité que le vol dure 60 mn
- 2) Quelle est la probabilité que le vol dure plus de 65 mn
- 3) Quelle est la probabilité que le vol dure moins de 55mn
- 4) Quelle est la probabilité que le vol dure entre 55 et 65mn
- 5) Quelle est la durée des 10% des vols les plus longs ?
- 6) Quelle est la durée des 5% des vols les plus courts ?



Ex 6. Les chauffeurs appartenant au syndicat des camionneurs gagnent en moyenne 17,15 \$ de l'heure. On suppose que le salaire horaire suit une gaussienne avec un écart type de 2,25\$.

- 1) Quelle est la probabilité que le salaire horaire soit compris entre 15 et 20 dollars.
- 2) Quelle est la probabilité que le salaire horaire soit inférieur à 12 \$?
- 3) Quel est le salaire horaire des 15% des chauffeurs syndiqués les mieux payés?
- 4) Quel est le salaire horaire des 5% des chauffeurs syndiqués les moins payés?

Table 1: Fonction de répartition F de la loi normale standard $X \sim \mathcal{N}(0,1)$. La table ci-dessous donne la valeur $F(u) = P(X \leq u)$ en fonction de u . Par exemple si $u = 1.96 = 1.9 + 0.06$ alors $F(u) = 0.975$

$u = u_1 + u_2$	u_2									
$u_1 \backslash$	0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0	.5	.5039	.5079	.5119	.5159	.5199	.5239	.5279	.5318	.5358
.1	.5398	.5437	.5477	.5517	.5556	.5596	.5635	.5674	.5714	.5753
.2	.5792	.5831	.587	.5909	.5948	.5987	.6025	.6064	.6102	.614
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.633	.6368	.6405	.6443	.648	.6517
.4	.6554	.659	.6627	.6664	.67	.6736	.6772	.6808	.6843	.6879
.5	.6914	.6949	.6984	.7019	.7054	.7088	.7122	.7156	.719	.7224
.6	.7257	.729	.7323	.7356	.7389	.7421	.7453	.7485	.7517	.7549
.7	.758	.7611	.7642	.7673	.7703	.7733	.7763	.7793	.7823	.7852
.8	.7881	.791	.7938	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8105	.8132
.9	.8159	.8185	.8212	.8238	.8263	.8289	.8314	.8339	.8364	.8389
1	.8413	.8437	.8461	.8484	.8508	.8531	.8554	.8576	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8707	.8728	.8749	.8769	.8789	.8809	.8829
1.2	.8849	.8868	.8887	.8906	.8925	.8943	.8961	.8979	.8997	.9014
1.3	.9031	.9049	.9065	.9082	.9098	.9114	.913	.9146	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9221	.9236	.925	.9264	.9278	.9292	.9305	.9318
1.5	.9331	.9344	.9357	.9369	.9382	.9394	.9406	.9417	.9429	.944
1.6	.9452	.9463	.9473	.9484	.9494	.9505	.9515	.9525	.9535	.9544
1.7	.9554	.9563	.9572	.9581	.959	.9599	.9607	.9616	.9624	.9632
1.8	.964	.9648	.9656	.9663	.9671	.9678	.9685	.9692	.9699	.9706
1.9	.9712	.9719	.9725	.9731	.9738	.9744	.975	.9755	.9761	.9767
2	.9772	.9777	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9807	.9812	.9816
2.1	.9821	.9825	.9829	.9834	.9838	.9842	.9846	.9849	.9853	.9857
2.2	.986	.9864	.9867	.9871	.9874	.9877	.988	.9883	.9886	.9889
2.3	.9892	.9895	.9898	.99	.9903	.9906	.9908	.9911	.9913	.9915
2.4	.9918	.992	.9922	.9924	.9926	.9928	.993	.9932	.9934	.9936
2.5	.9937	.9939	.9941	.9942	.9944	.9946	.9947	.9949	.995	.9952
2.6	.9953	.9954	.9956	.9957	.9958	.9959	.996	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.997	.9971	.9971	.9972	.9973
2.8	.9974	.9975	.9975	.9976	.9977	.9978	.9978	.9979	.998	.998
2.9	.9981	.9981	.9982	.9983	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986