Université Lille 1, Sciences et Technologies
2013/2014 – Licence GC, GM, M – Semestre 3
Éléments de Calcul Différentiel – Math 32

Interrogation 1
2 décembre 2013 à 9h20. **Durée : 40min.**
Documents, calculatrices, téléphones et appareils électroniques **interdits**.

Barème indicatif : 2+3+5=10. *On justifiera ses réponses très soigneusement.*

Question de Cours.

Soient $\gamma(t) = (\cos^2 t, \sin^2 t)$ et $I = [0, \pi/4]$. On note $\Gamma = (I, \gamma)$ l'arc paramétré correspondant. Calculer la longueur de l'arc.

Exercice 1

On pose

$$f(x,y) = (ye^{x^2}, xe^{y^2}) \text{ et } g(x,y) = (2x^2 + 5y, 3y^2 - x).$$

Déterminer la matrice jacobienne de $f \circ g$.

Exercice 2

On pose $D =]0, +\infty[\times]0, +\infty[$ et on définit

$$\phi : D \to D, \quad (x,y) \mapsto \left(x^2y^3, \frac{y^3}{x^2}\right).$$

On veut résoudre l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$3x\frac{\partial f}{\partial x} + 2y\frac{\partial f}{\partial y} = 0. \tag{1}$$

(1) Montrer que ϕ est un $\mathcal{C}^1$ difféomorphisme.

(2) On suppose que f est une solution $\mathcal{C}^1$ de l'équation aux dérivées partielles (1). Quelle est l'équation satisfaite par $g(u,v) = f \circ \phi^{-1}(u,v)$?

(3) Quelles sont les solutions $\mathcal{C}^1$ de l'équation (1) ?